XV Olimpiada Nacional Escolar de Matemática (ONEM 2018)
Primera Fase - Nivel 1 – Solucionario.

1) La familia Rojas pagó S/ 120 por cuatro platos de pachamanca. Cuando regresaron al mismo restaurante una semana después, decidieron pedir cinco platos de pachamanca. ¿Cuánto pagaron por los cinco platos?

A) S/ 120 B) S/ 140 C) S/ 150 D) S/ 200 E) S/ 180

SOLUCION:

Precio de un plato de pachamanca: $\frac{S/.\ 120}{4} = S/.30$

Cinco platos de pachamanca costarían: 5(30) = S/. 150

RESPUESTA: Por cinco platos pagaron S/. 150. **CLAVE C.**

2) Durante cierto día, a partir de las 6:00 a.m., la temperatura de la ciudad de Ayaviri se incrementó a razón de 2 °C por hora. Si a las 11:00 a.m. la temperatura fue 7 °C, ¿Cuál fue la temperatura a las 6:00 a.m.?

A) – 1 °C B) 3 °C C) – 3 °C D) 2 °C E) 0 °C

SOLUCION:
Sea: "x" la temperatura a las 6:00 a.m.
Esquematizando la progresión aritmética de razón igual a dos:

"x" °C					7 °C
6:00 a.m.	7:00 a.m.	8:00 a.m.	9:00 a.m.	10:00 a.m.	11:00 a.m.

$$6{:}00 \xrightarrow{+2\,°C} 7{:}00 \xrightarrow{+2\,°C} 8{:}00 \xrightarrow{+2\,°C} 9{:}00 \xrightarrow{+2\,°C} 10{:}00 \xrightarrow{+2\,°C} 11{:}00$$

Plateando la ecuación:

$$x + 5(2) = 7$$
$$x + 10 = 7$$
$$x = 7 – 10$$
$$x = – 3\ C°$$

RESPUESTA: La temperatura a las 6:00 a.m. fue de – 3 °C. **CLAVE C.**

3) Con S/ 2 puedo comprar 3 manzanas o 4 naranjas. ¿Cuánto tengo que pagar para comprar 12 manzanas y 12 naranjas?

A) S/ 12 B) S/ 14 C) S/ 16 D) S/ 18 E) S/ 20

SOLUCION:
Sea: "m" el precio de una manzana. Con S/. 2 puedo comprar 3 manzanas: $3m = S/.\ 2$
Sea: "n" el precio de una naranja. Con S/. 2 puedo comprar 4 naranjas: $4n = S/.\ 2$
Por 12 manzanas y 12 naranjas se pagarían:

$$12m + 12n$$
$$4(3m) + 3(4n)$$
$$4(S/.\ 2) + 3(S/.\ 2)$$
$$S/.\ 8 + S/.\ 6$$
$$S/.\ 14$$

RESPUESTA: Por 12 manzanas y 12 naranjas tengo que pagar S/. 14. **CLAVE B**.

4) Cierto día en la ciudad de Iquitos llovió desde las 2:30 p.m. hasta las 8:30 p.m. ¿Qué porcentaje del día llovió?

A) 33% B) 18% C) 20% D) 25% E) 50%

SOLUCION:
Tiempo transcurrido: 8:30 p.m. – 2:30 p.m.
Tiempo transcurrido: 6 horas
Hallando el porcentaje:

$$x = \frac{6\ h}{24\ h} \times 100\%$$

$$x = \frac{1}{4} \times 100\% = 25\%$$
$$x = 25\%$$

RESPUESTA: Llovió el 25% del día. **CLAVE D**.

5) Darío dibujó un triángulo y al medir sus ángulos interiores, con la ayuda de un transportador, se dio cuenta que estas medidas son proporcionales a los números 2; 3 y 7. ¿Qué tipo de triángulo dibujó Darío?

A) Isósceles B) Acutángulo C) Obtusángulo D) Rectángulo E) Equilátero

SOLUCION:
Sea el triángulo ABC.
Planteando la proporcionalidad de los ángulos interiores:

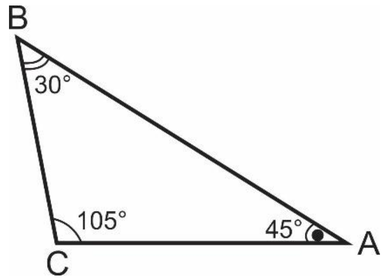
$$\frac{m\measuredangle A}{2} = \frac{m\measuredangle B}{3} = \frac{m\measuredangle C}{7} = \alpha$$

$m\angle A = 2\alpha,\ m\angle B = 3\alpha,\ m\angle C = 7\alpha$

La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180°:

$$2\alpha + 3\alpha + 7\alpha = 180°$$
$$12\alpha = 180°$$
$$\alpha = 15°$$

Reemplazando se tiene:
$m\angle A = 2\alpha = 2(15°) = 30°$
$m\angle B = 3\alpha = 3(15°) = 45°$
$m\angle C = 7\alpha = 7(15°) = 105°$



El ángulo C = 105° es obtuso.

RESPUESTA: Darío dibujó un triángulo obtusángulo. **CLAVE C**.

6) Un agricultor vendió sus productos en una feria que duró 6 días: de lunes a sábado. El agricultor pagó al organizador de la feria cierta cantidad de dinero cada día. De lunes a viernes pagó lo mismo, pero el sábado tuvo que pagar el doble de lo que pagó el día anterior. Si en total el agricultor pagó 210 soles, ¿Cuánto pagó el día sábado?

A) 50 soles B) 70 soles C) 60 soles D) 42 soles E) 35 soles

SOLUCION:
Sea "x" la cantidad de dinero que pagó el agricultor durante un día de lunes a viernes.
Ordenado la información en una tabla:

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
x	x	x	x	x	$2x$

Plateando la ecuación:

$$x + x + x + x + x + 2x = 210$$
$$7x = 210$$
$$x = 30$$

Pagó el día sábado: $2x = 2(30) = 60$ soles.

RESPUESTA: El agricultor pagó 60 soles el día sábado. **CLAVE C.**

7) María escribió un número de dos dígitos y luego invirtió el orden de sus dígitos para obtener otro número de dos dígitos. Al hacer esto, el número original de María se incrementó en 45. Si la suma de los dígitos del número original de María es 11, calcule el producto de estos dígitos.

A) 24 B) 18 C) 28 D) 10 E) 30

SOLUCION:
Sea el número original de dos dígitos: $\overline{ab}$
La suma de sus dígitos del número original es 11: $a + b = 11 \quad ...(\alpha)$
Al invertir el orden de sus dígitos el número se incrementó en 45: $\overline{ab} + 45 = \overline{ba}$
Descomponiendo polinómicamente la ecuación anterior:

$$\overline{ab} + 45 = \overline{ba}$$
$$10a + b + 45 = 10b + a$$
$$9a - 9b = -45$$
$$a - b = -5 \quad ...(\beta)$$

$$(\alpha) + (\beta) \begin{cases} a + b = 11 \\ a - b = -5 \end{cases}$$
$$2a = 6$$
$$a = 3$$

Sumando ambas ecuaciones

Reemplazando "a" en la ecuación (α)

$$a + b = 11$$
$$3 + b = 11$$
$$b = 8$$

El producto de sus dígitos es: $axb = 3x8 = 24$

RESPUESTA: El producto de sus dígitos del número que escribió María es 24. **CLAVE A.**

8) La suma de las edades de tres hermanos es 22. Si sus edades son distintas, ¿Cuál de las siguientes alternativas no puede ser la edad del hermano menor?

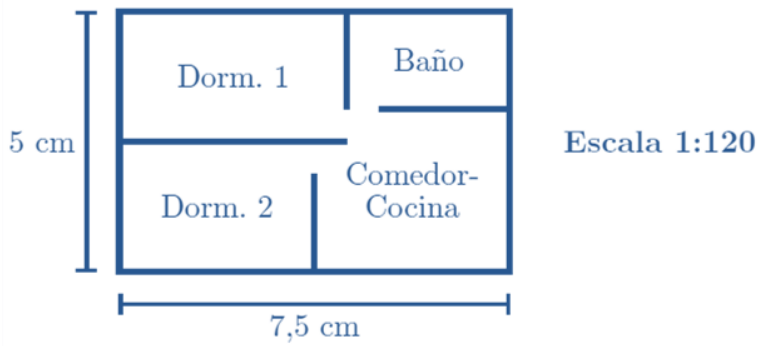
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

SOLUCION:
Sean las edades de los tres hermanos: $x; y; z$
Sus edades son distintas: $x \neq y \neq z$. asumiendo que: $x < y < z$
La suma de las edades de los tres hermanos es 22:
$x + y + z = 22.$
Probando con los menores números:

$0 + 1 + 21 = 22$	¡Cumple!, 0 años puede ser la edad del hermano menor.
$1 + 2 + 19 = 22$	¡Cumple!, 1 año puede ser la edad del hermano menor.
$2 + 3 + 17 = 22$	¡Cumple!, 2 años puede ser la edad del hermano menor.
$3 + 4 + 15 = 22$	¡Cumple!, 3 años puede ser la edad del hermano menor.
$4 + 5 + 13 = 22$	¡Cumple!, 4 años puede ser la edad del hermano menor.
$5 + 6 + 11 = 22$	¡Cumple!, 5 años puede ser la edad del hermano menor.
$6 + 7 + 9 = 22$	¡Cumple!, 6 años puede ser la edad del hermano menor.
$7 + 8 + 7 = 22$	¡No cumple! Porque dos hermanos tienen la misma edad.

RESPUESTA: La edad del hermano menor no podría ser 7 años. **CLAVE E.**

9) Se muestra el plano de un departamento que fue elaborado con la escala 1:120. ¿Cuál es el área real del departamento?



A) 54 m^2 B) 150 m^2 C) 45 m^2 D) 75 m^2 E) 96 m^2

SOLUCION:
La escala se define:

$$Escala = \frac{Medidas\ del\ dibujo}{Medidas\ reales}$$

Sea "x" la medida real del largo del departamento.

$$\frac{1}{120} = \frac{7{,}5\ cm}{x}$$

$$x = 120 \times 7{,}5cm$$
$$x = 900\ cm$$
$$x = 9\ m$$

Sea "y" la medida real del ancho del departamento.

$$\frac{1}{120} = \frac{5\ cm}{y}$$

$$y = 120 \times 5cm$$
$$y = 600\ cm$$
$$y = 6\ m$$

Área real del departamento: Área(Rectángulo) $= Largo \times Ancho = 9\ m \times 6\ m = 54\ m^2$.

RESPUESTA: El área real del departamento es 54 m^2. **CLAVE A.**

10) En el primer bimestre, Eduardo rindió 5 exámenes de Matemática. En los dos primeros exámenes obtuvo la misma nota y las notas de los últimos tres exámenes fueron 13; 17 y 20. ¿Cuál fue su nota en el segundo examen si se sabe que su promedio fue 16?

A) 13,5 B) 15,5 C) 16 D) 14 E) 15

SOLUCION:
Sea "x" la nota del segundo examen.
Utilizando la definición de promedio se tiene:

$$\frac{x + x + 13 + 17 + 20}{5} = 16$$
$$2x + 50 = 80$$
$$2x = 30$$
$$x = 15$$

RESPUESTA: La nota de su segundo examen de Eduardo fue 15. **CLAVE E.**

11) Un albañil tenía cierto número de ladrillos al iniciar una obra. El primer día de trabajo utilizó los 2/9 del total y el segundo día utilizó 100 ladrillos más. Si después de esto le queda exactamente la mitad de ladrillos que tenía al inicio, ¿Cuántos ladrillos le quedan?

A) 180 B) 144 C) 270 D) 300 E) 225

SOLUCION:
Sea "x" la cantidad de ladrillos que tenía el albañil al iniciar la obra.
Planteando la ecuación:

$$\frac{2x}{9} + 100 = \frac{x}{2}$$
$$100 = \frac{x}{2} - \frac{2x}{9}$$
$$100 = \frac{9x - 4x}{18}$$
$$1800 = 5x$$
$$x = 360$$

Ladrillos que le quedan: $\frac{x}{2} = \frac{360}{2} = 180$

RESPUESTA: Al albañil le quedan 180 ladrillos. **CLAVE A.**

12) En un pueblo hay 5 ganaderos y las cantidades de vacas que tienen son las siguientes:

Mario Quispe	108
César Ramos	80
Roberto Mamani	120
Juan Mendoza	125
Edwin Soto	110

El ganadero que tiene el menor número de vacas ha decidido vender todas sus vacas a los otros ganaderos, en partes iguales. Si hace esto, ¿Cuál es el ganadero que vería incrementado su número de vacas en 16%?

A) M. Quispe B) C. Ramos C) R. Mamani D) J. Mendoza E) E. Soto

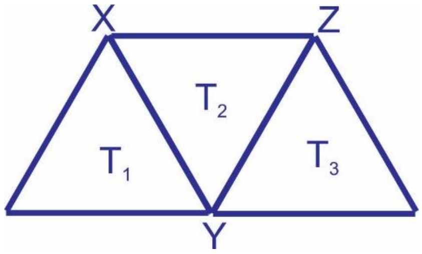
SOLUCION:
El ganadero que tiene el menor número de vacas es César Ramos (80 vacas).

Número de varas a vender: 80/4 = 20

- Asumiendo que el ganadero que se vería incrementado su número de vacas en 16% sería Mario Quispe:
  108 + 20 = 128 vacas
  Planteando una regla de tres simple:
  108 vacas $\to$ 100%
  128 vacas $\to$ x
  $108x = 128 \times 100\%$
  $x = \frac{12800\%}{108}$
  $x = 118{,}52\%$ El incremento sería: $118{,}52\% - 100\% = 18{,}52\%$.
  Por tanto, el ganadero Mario Quispe no sería incrementado en 16% su número de vacas.
- Asumiendo que el ganadero que se vería incrementado su número de vacas en 16% sería Roberto Mamani:
  120 + 20 = 140 vacas
  Planteando una regla de tres simple:
  120 vacas $\to$ 100%
  140 vacas $\to$ x
  $120x = 140 \times 100\%$
  $x = \frac{14000\%}{120}$
  $x = 116{,}6...\%$ El incremento sería: $116{,}6...\% - 100\% = 16{,}6...\%$.
  Por tanto, el ganadero Roberto Mamani no sería incrementado en 16% su número de vacas.
- Asumiendo que el ganadero que se vería incrementado su número de vacas en 16% sería Juan Mendoza:
  125 + 20 = 145 vacas
  Planteando una regla de tres simple:
  125 vacas $\to$ 100%
  145 vacas $\to$ x
  $125x = 145 \times 100\%$
  $x = \frac{14500\%}{125}$
  $x = 116\%$ El incremento sería: $116\% - 100\% = 16\%$.
  Por tanto, el ganadero Juan Mendoza sería incrementado en 16% su número de vacas.

RESPUESTA: El ganadero Juan Mendoza sería incrementado en 16% su número de vacas. **CLAVE D**.

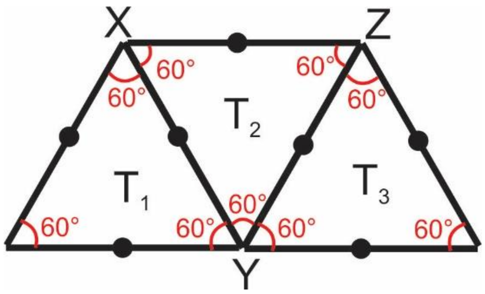
13) En la siguiente figura se muestran tres triángulos equiláteros (T_1, T_2 y T_3) y tres puntos (X, Y y Z):



Determine la alternativa falsa.
A) Al rotar T_2 un ángulo de 60° en sentido horario, con centro X, obtenemos T_1.
B) Al rotar T_3 un ángulo de 60° en sentido antihorario, con centro Y, obtenemos T_2.
C) Al rotar T_1 un ángulo de 120° en sentido horario, con centro Y, obtenemos T_2.
D) Al rotar T_3 un ángulo de 120° en sentido antihorario, con centro Y, obtenemos T_1.
E) Al rotar T_3 un ángulo de 60° en sentido horario, con centro Z, obtenemos T_2.

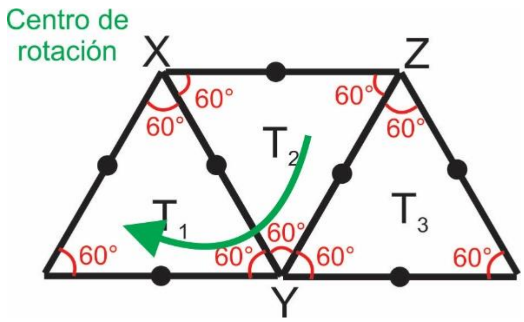
SOLUCION:

Completando datos:

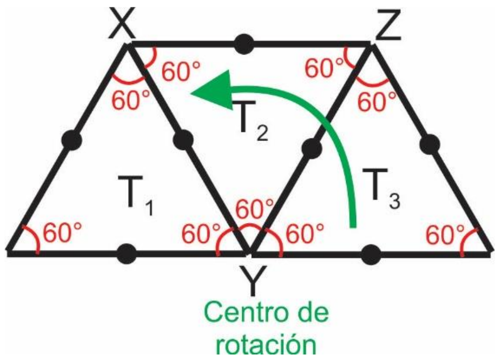


Analizando cada alternativa:

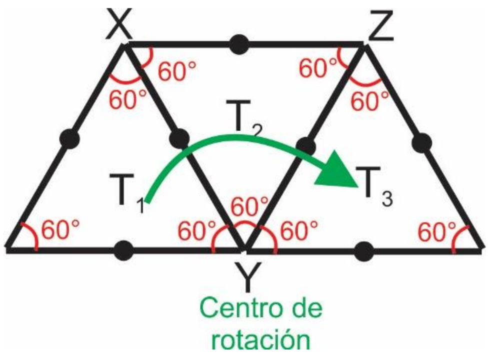
A) Al rotar T_2 un ángulo de 60° en sentido horario, con centro X, obtenemos T_1. **Es verdadero.**



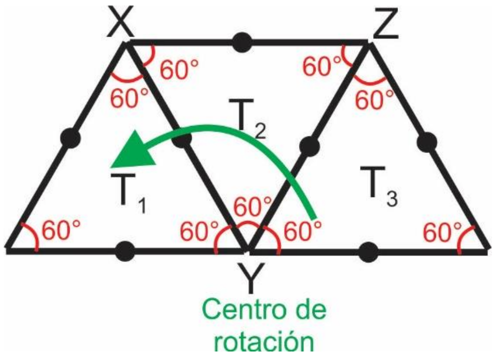
B) Al rotar T_3 un ángulo de 60° en sentido antihorario, con centro Y, obtenemos T_2. **Es verdadero.**



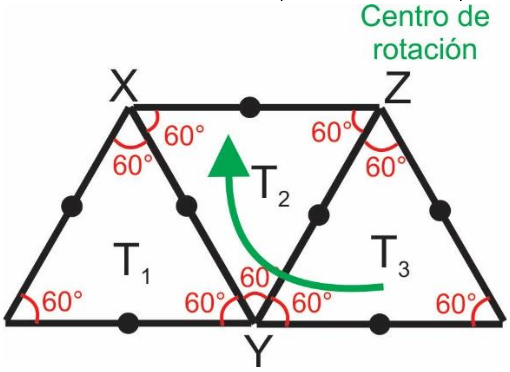
C) Al rotar T_1 un ángulo de 120° en sentido horario, con centro Y, obtenemos T_2. **Es Falso porque obtendríamos T3.**



D) Al rotar T_3 un ángulo de 120° en sentido antihorario, con centro Y, obtenemos T_1. **Es verdadero.**



E) Al rotar T_3 un ángulo de 60° en sentido horario, con centro Z, obtenemos T_2. **Es verdadero.**



RESPUESTA: La alternativa falsa es C. **CLAVE C**.

14) Tania escogió dos números primos cuya suma es 18. Susana escogió dos números primos cuya suma es 14. Si los cuatro números escogidos son distintos entre sí, calcule la diferencia entre el mayor número que escogió Susana y el menor número que escogió Tania.

A) 12 B) 9 C) 8 D) 10 E) 6

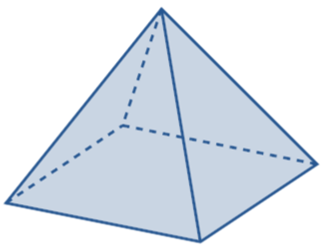
SOLUCION:
Los primeros números primos son: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17 …
Susana escogió dos números primos cuya suma es 14.
Hay dos posibilidades:
7 + 7 = 14. Queda descartado porque son números iguales.
3 + 11 = 14. Por tanto, Susana escogió 3 y 11.

Tania escogió dos números primos cuya suma es 18.
Hay dos posibilidades:
7 + 11 = 18. Queda descartado porque Susana escogió 11
5 + 13 = 18. Por tanto. Tania escogió 5 y 13.

La diferencia entre el mayor y menor número que escogió Susana y Tania es: 11 – 5 = 6

RESPUESTA: La diferencia de dichos números primos es 6. **CLAVE E**.

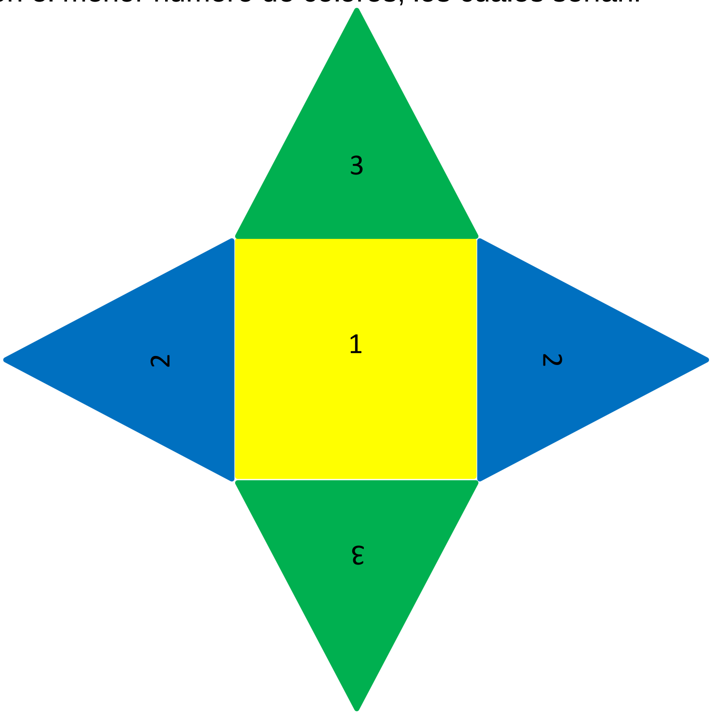
15) A continuación se muestra una pirámide de base cuadrada:



Cada cara de la pirámide (incluyendo la base) se va a pintar de un color de tal forma que cualesquiera dos caras adyacentes estén pintadas de colores distintos. ¿Cuántos colores se necesita como mínimo para que se cumpla esta condición?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

SOLUCION:
Cada cara de la pirámide se va a pintar de un color de tal forma que cualesquiera dos caras adyacentes estén pintadas de colores distintos.
Se debe pintar con el menor número de colores, los cuáles serían:



Plantilla de una pirámide de base cuadrangular.

RESPUESTA: Se necesitan 3 colores como mínimo para pintar la pirámide. **CLAVE C**.

16) En el Grupo B de un mundial de fútbol participaron Colombia, Suecia, Irán y Camerún. Luego de jugar una ronda de 6 partidos, donde cada equipo se enfrentó a cada uno de los otros equipos exactamente una vez, la tabla de resultados quedó de la siguiente forma:

Grupo B	
Primer lugar:	Suecia: 9 puntos
Segundo lugar	Colombia: x puntos
Tercer lugar	Camerún: 2 puntos
Cuarto lugar	Irán: 1 punto

Determina el valor de x.
Observación: Tenga en cuenta que en el fútbol se otorga 3 puntos al ganador de un partido, 0 puntos al perdedor; y 1 punto a cada equipo en caso de empate.

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

SOLUCION:
Suecia ha ganado todos sus partidos.
Irán sólo obtuvo un empate y Camerún dos empates.

Primer partido: Suecia vs Colombia. Suecia ganó (3 puntos) y Colombia perdió (0 puntos).
Segundo partido: Suecia vs Camerún. Suecia ganó (3 puntos) y Camerún perdió (0 puntos).
Tercer partido: Suecia vs Irán. Suecia ganó (3 puntos) e Irán perdió (0 puntos).
Cuarto partido: Irán vs Camerún. Empataron, Irán (1 punto) y Colombia (1 punto).
Quinto partido: Camerún vs Colombia. Empataron, Camerún (1 punto) y Colombia (1 punto).
Sexto partido: Irán vs Colombia. Colombia ganó (3 puntos) e Irán perdió (0 puntos).

Tabla de puntajes

	Primer partido	Segundo partido	Tercer partido	Cuarto partido	Quinto partido	Sexto partido	**TOTAL**
Suecia	3	3	3	-	-	-	**9**
Colombia	0	-	-	-	1	3	**4**
Camerún	-	0	-	1	1	-	**2**
Irán	-	-	0	1	-	0	**1**

RESPUESTA: Colombia hizo 4 puntos ($x = 4$). **CLAVE C.**

17) La sucesión 8; 10; 20; 22; 44; ... se define de la siguiente forma: el primer término es 8 y para obtener cada uno de los siguientes términos se suma 2 o se multiplica por 2, de forma alternada. ¿Cuál es el dígito de las unidades del término que está en el lugar 100?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

SOLUCION:
Planteando la sucesión:

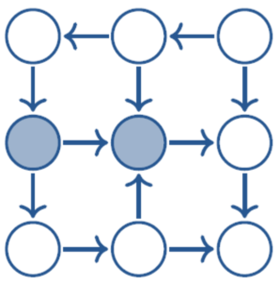
t_1 t_2 t_3 t_4 t_5 t_6 t_7 t_8 t_9 t_{10} t_{11}
8; 10; 20; 22; 44; 46; 92; 94; 188; 200; 400; …
+2 x2 +2 x2 +2 x2 +2 x2 +2 x2

Analizando las unidades de cada uno de los elementos de la sucesión:
t_1 t_2 t_3 t_4 t_5 t_6 t_7 t_8 t_9 t_{10} t_{11}
8; 0; 0; 2; 4; 6; 2; 4; 8; 0; 0; …

Cada 8 términos vuelven a repetirse las cifras de las unidades.
Vamos a consideramos a partir del término ocho (t_8). El término cien (t_{100}) estaría dado por: 100 = 8(12) + 4. Como el residuo es 4, entonces la cifra de las unidades del término cien se obtendría al recorrer cuatro casilleros más, es decir, hasta el número 2.

RESPUESTA: El dígito de las unidades del t_{100} es 2. **CLAVE D.**

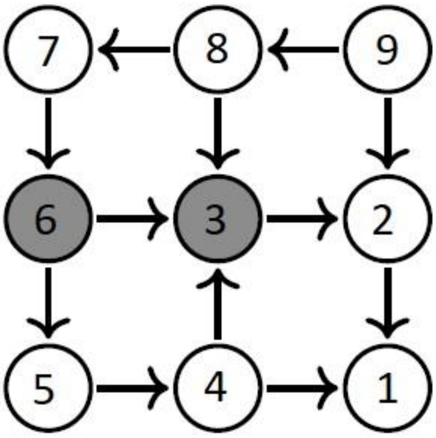
18) Ordena los números del 1 al 9 en los círculos (sin que haya repeticiones) de tal forma que cada flecha signifique "mayor que". En otras palabras, si hay una fecha que sale del número a y va en dirección del número b, entonces $a > b$.



¿Cuál es la suma de los números que deben ir en los círculos sombreados?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 8 E) 9

SOLUCION:
En el círculo ubicado en la parte superior derecha, debe ir el número mayor (9) ya que salen dos fechas.
En el círculo ubicado en la parte inferior derecha, debe ir el número menor (1) ya que ingresan dos fechas.
Ordenando los números convenientemente se tiene:



La suma de los números ubicados en los círculos sombreados es: 6 + 3 = 9

RESPUESTA: La suma de los números ubicados en los círculos sombreados es 9. **CLAVE E**.

19) Pedro escogió algunos elementos del conjunto {2; 3; 7; 9; 24; 28} y Raúl se quedó con los números que sobraron. Se sabe que el producto de los números de Pedro es igual al producto de los números de Raúl y, además, Pedro no escogió el número 7. Calcule la suma de los números de Raúl.

A) 39 B) 34 C) 32 D) 36 E) 37

SOLUCION:
Dado el conjunto: {2; 3; 7; 9; 24; 28}
Descomponiendo los números compuestos: {2; 3; 7; 3×3; $2\times4\times3$; 7×4}
Si Pedro no escogió el número 7, entonces Raúl escogió el número 7. Pedro escogerá el número 28, porque tiene como factor al 7, pero como tiene factor 4, también debe elegir al número 2 y así compensar con el número que debe escoger Raúl que es 24, como éste número tiene como factor al 3, entonces Raúl debe escoger al número 3 y finalmente Pedro escogerá el número 9.
Es decir:
Pedro escogió: $28\times2\times9 = 504$
Raúl escogió: $7\times24\times3 = 504$
Hallado la suma de los números que escogió Raúl: 7 + 24 + 3 = 34.

RESPUESTA: La suma de los números de Raúl es 34. **CLAVE B**.

20) ¿Cuántos enteros positivos de 7 dígitos son múltiplos de 27 y cumplen que cada uno de sus dígitos es 0 o 9?
Aclaración: Tenga en cuenta que un entero positivo no empieza con el dígito 0.

A) 15 B) 14 C) 18 D) 32 E) 21

SOLUCION:

Como se tiene sólo cifras de 9 ó 0, entonces el número formado de siete dígitos será divisible por 27 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 27.

PRIMER CASO: Cuando tiene tres nueves.

9	9	9	0	0	0	0

Casillero fijo

Se tienen 6 casilleros en la se pueden formar varios números con 2 nueves y 4 ceros. Ya que importa el orden, entran todos los elementos y algunos se repiten, entonces tenemos una permutación con repetición:

$$P^{n}_{\alpha,\beta,\dots} = \frac{n!}{\alpha!\,\beta!\dots}$$

$$P^{6}_{2,4} = \frac{6!}{2!\,4!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times4\times3\times2\times1} = \frac{30}{2} = 5$$

SEGUNDO CASO: Cuando tiene seis nueves.

9	9	9	9	9	9	0

Casillero fijo

Se tienen 6 casilleros en la se pueden formar varios números con 5 nueves y 1 cero. Igual que el primer caso tenemos una permutación con repetición:

$$P^{n}_{\alpha,\beta,\dots} = \frac{n!}{\alpha!\,\beta!\dots}$$

$$P^{6}_{5,1} = \frac{6!}{5!\,1!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{5\times4\times3\times2\times1\times1} = \frac{6}{1} = 6$$

En total se tienen: 15 + 6 = 21 números enteros positivos.

RESPUESTA: 21 números enteros positivos de 7 cifras son múltiplos de 27 y cumplen que cada uno de sus dígitos es 0 o 9. **CLAVE E**.

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN