XIV Olimpiada Nacional Escolar de Matemática (ONEM 2017)
Primera Fase - Nivel 3 – Solucionario.

1) Karen y Lucía fueron a comprar útiles escolares para sus hijos. Karen compró 2 lapiceros y 4 cuadernos, mientras que Lucía compró 6 lapiceros y 12 cuadernos. Si Karen pagó 19 soles, ¿Cuánto pagó Lucía?

A) 37 soles   B) 48 soles   C) 57 soles   D) 38 soles   E) 76 soles

SOLUCION:
Asignando variables:
x: Precio por cada lapicero.
y: Precio por cada cuaderno.

Nos piden hallar: Lucía compró: $6x + 12y = ?$

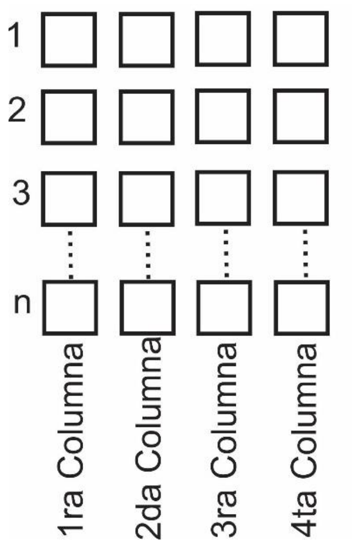
Karen compró: $2x + 4y = 19$
$x + 2y = 19/2$ (Dividiendo entre 2)
$x + 2y = 9,5$
$6x + 12y = (9,5)$ (Multiplicando por 6)
$6x + 12y = 57$

RESPUESTA: Lucía pagó 57 soles.   **CLAVE C**.

2) Uno de los salones de la I.E. San Carlos de Puno tiene sus carpetas ordenadas en 4 columnas, donde cada columna tiene n carpetas. Luego de retirar una carpeta, las que quedan se pueden ordenar en 5 columnas, donde cada columna tiene n – 2 carpetas. ¿Cuántas carpetas había al inicio?

A) 35   B) 42   C) 40   D) 44   E) 36

SOLUCION:
Graficando se tiene:



Total de carpetas: 4n
Se retira una carpeta, quedaría: 4n – 1.
Las que quedan se pueden ordenar en cinco columnas: 5(n – 2).
Por tanto, las carpetas que quedan con las que se ordenan en cinco columnas son las mismas:

$$4n - 1 = 5(n - 2)$$

4n – 1 = 5n – 10
10 – 1 = 5n – 4n
9 = n

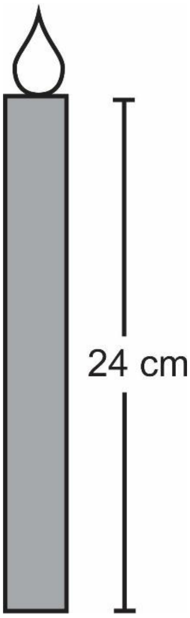
Total de carpetas: 4n = 4(9) = 36.

RESPUESTA: Al inicio habían 36 carpetas. **CLAVE E**.

3) Una vela de 24 cm se consume 6 cm por ahora, a rapidez constante, ¿En cuánto tiempo se consume la tercera parte de la vela?

A) 1 hora B) 1 hora y 20 minutos C) 1 hora y 30 minutos
D) 1 hora y 40 minutos E) 1 hora y 45 minutos

SOLUCION:



Hallando la tercera parte de la longitud de la vela:

$$\frac{1}{3}(24) = 8\ cm$$

Planteando una regla de tres simple:
x: Tiempo que se consume la tercera parte de la vela.
6 cm → 1 hora
8 cm → x
6x = 8(1)
x = 8/6
x = 4/3 h

$$x = 1\frac{1}{3}h = 1h + \frac{1}{3}h = 1h + \frac{1}{3}(60\ Min) = 1h + 20\ Min = 1h\ 20\ Min$$

RESPUESTA: La tercera parte de la vela se consume en 1hora y 20 minutos. **CLAVE B**.

4) En una granja hay vacas, cerdos y pollos. El número de vacas es al número de cerdos como 2 es a 3 y el número de cerdos es al número de pollos como 4 es a 15. Luego, podemos asegurar que el número total de animales de la granja es:

A) Múltiplo de 4 B) Múltiplo de 13 C) Múltiplo de 20 D) Múltiplo de 7 E) Múltiplo de 2

SOLUCION:
Asignando variables:
Número de vacas: v
Número de cerdos: c
Número de pollos: p
El número de vacas es al número de cerdos como 2 es a 3:

$$\frac{v}{c} = \frac{2}{3}$$

El número de cerdos es al número de pollos como 4 es a 15:

$$\frac{c}{p} = \frac{4}{15}$$

El número de cerdos vamos a homogenizar en las dos proporciones, para ello vamos a multiplicar por 4 y 3 respectivamente:

$$\frac{v}{c} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8k}{12k}$$

$$\frac{c}{p} = \frac{4 \times 3}{15 \times 3} = \frac{12k}{45k}$$

Entonces: v = 8k, c = 12k, p = 45k
El total de animales: v + c + p = 8k + 12k + 45k = 65k = 13(5k)

RESPUESTA: El número total de animales de la granja es múltiplo de 13. **CLAVE B**.

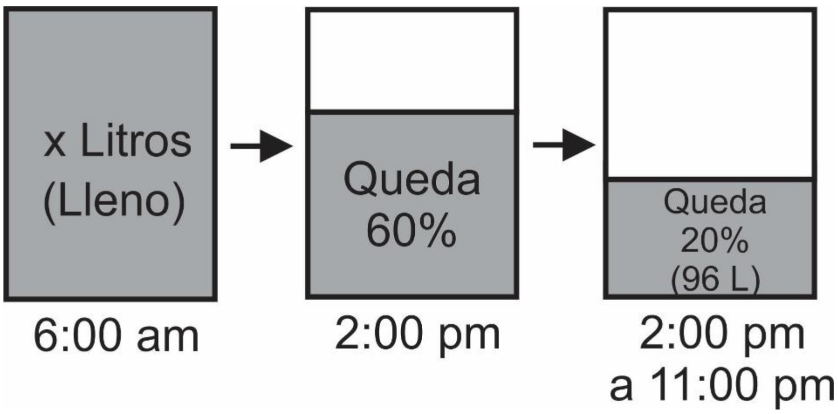
5) A las 6:00 am el depósito de agua de una familia estaba lleno. A las 2:00 pm la familia ya había usado el 40% del contenido del depósito, luego, entre las 2:00 pm y 11:00 pm usaron $\frac{2}{3}$ de lo que quedaba a las 2:00 pm. Si a las 11:00 pm aún quedaban 96 litros en el depósito, ¿Cuántos litros había a las 6:00 am?

A) 480 B) 280 C) 960 D) 576 E) 450

SOLUCION:
Sea: x = volumen total del depósito de agua.
Si hasta las 2:00 pm se usó 40%, queda 60%.
Entre las 2:00 pm y 11:00 pm, usaron 2/3 del 60% y queda 1/3 del 60%

$\frac{1}{3} \times \frac{60}{100} = \frac{20}{100} = 20\%$

Graficando se tiene:



A las 11:00 pm queda:

$$20\%x = 96$$

$$\frac{20}{100}x = 96$$

$$\frac{1}{5}x = 96$$

$$x = 96 \times 5$$

$$x = 480$$

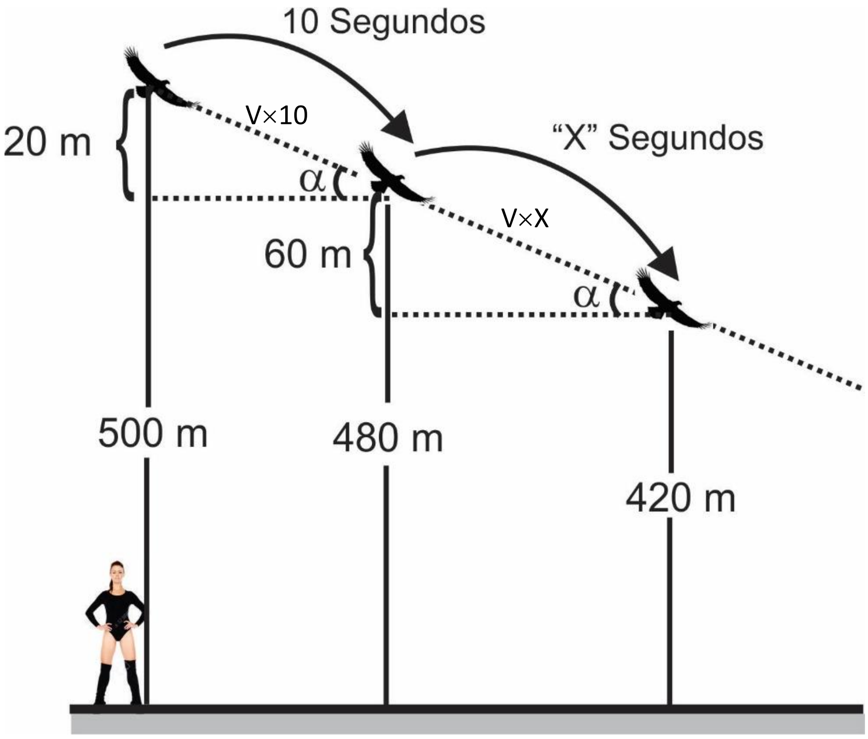
RESPUESTA: A las 6:00 am había 480 litros. **CLAVE A**.

6) Hilda observó un cóndor en el Cañón del Colca, el cual estaba volando en línea recta. Al inicio Hilda observó que el cóndor estaba a 500 metros de altura y después de 10 segundos estaba a 480 metros de altura. ¿Después de cuántos segundos, desde que Hilda empezó a observar al cóndor, éste estaba a 420 metros de altura?

A) 45 B) 30 C) 60 D) 40 E) 35

SOLUCION:

Graficando la situación problemática:



Vamos a suponer que se trata de un movimiento rectilíneo uniforme (MRU), donde la velocidad del cóndor es constante, la distancia está dado por:

$$Distancia = Velocidad \times Tiempo$$

$Distancia(10\ Segundos) = V \times 10$
$Distancia(X\ Segundos) = V \times X$

Hallando la diferencia de alturas:
500 – 480 = 20 m
480 – 420 = 60 m
Vamos a trazar dos líneas puntuadas paralelas al piso, tal como se muestra en la figura. El ángulo formado por la trayectoria del cóndor con las líneas horizontales punteadas es α.
Los dos triángulos rectángulos formados son semejantes (Angulo – Angulo), porque están en la misma pendiente (recorrido del cóndor), por tanto, planteamos:

$$\frac{20}{V \times 10} = \frac{60}{V \times X}$$

$$\frac{20}{10} = \frac{60}{X}$$

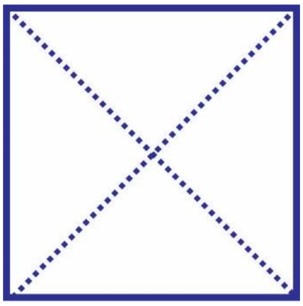
$$20X = 60 \times 10$$
$$20X = 600$$

$$X = 30$$

Tiempo total: 10 + 30 = 40 segundos.

RESPUESTA: Desde que Hilda observó el cóndor hasta que esté a una altura de 420 m, transcurrieron 40 segundos. **CLAVE D**.

7) Se tiene un cuadrado de papel 16 cm^2 de área, al trazar las dos diagonales del cuadrado se obtiene cuatro triángulos:



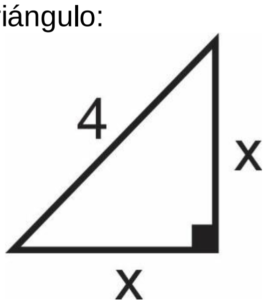
Si el perímetro de cada triángulo es p cm, determine en qué intervalo se encuentra p:

A) $6 < p < 7$ B) $7 < p < 8$ C) $8 < p < 9$ D) $9 < p < 10$ E) $10 < p < 11$

SOLUCION:

Si el área del cuadrado es 16 cm^2, entonces cada lado mide 4 cm.

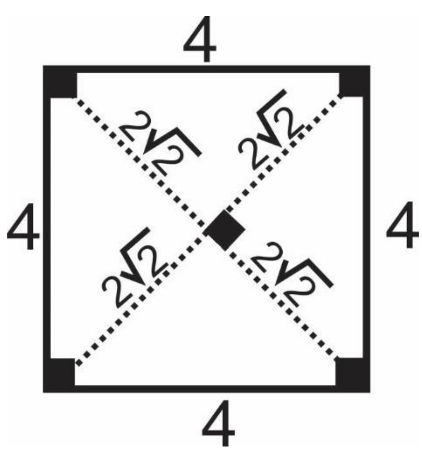
Sea: x = Medida de cada cateto del triángulo:



Utilizando el Teorema de Pitágoras:

$$4^2 = x^2 + x^2$$
$$16 = 2x^2$$
$$8 = x^2$$
$$\sqrt{8} = x$$
$$2\sqrt{2} = x$$

Por propiedad se tiene, que las diagonales de un cuadrado se cortan formando un ángulo de 90°. Es decir:



El perímetro de cada triángulo es:

$$p = 4 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$
$$p = 4 + 4\sqrt{2}$$
$$p = 4 + 4(1{,}41)$$
$$p = 4 + 5{,}64$$
$$p = 9{,}64$$

Por tanto, “p” está comprendido entre 9 y 10 (9 < p < 10)

RESPUESTA: p se encuentra en el intervalo: 9 < p < 10. **CLAVE D**.

8) Andrea va a viajar a Ecuador para lo cual necesita cambiar algunos soles por dólares. En el Banco Independencia 1 dólar cuesta 3,26 soles y en el Banco Confianza 1 dólar cuesta 3,28 soles. En el Banco Independencia te cobran 15 soles de comisión por cualquier cambio de moneda, y en el Banco Confianza no cobran comisión. Andrea fue el día lunes al Banco Independencia y regresó con 100 dólares; el día martes fue al Banco Confianza y también regresó con 100 dólares. ¿Cuántos soles en total gastó Andrea para obtener los 200 dólares?

A) 669 B) 654 C) 677 D) 684 E) 665

SOLUCION:
Planteando:
Banco Independencia: $ 1 = S/. 3,26 (Más comisión 15 soles)
Banco Confianza: $ 1 = S/. 3,28 (Sin comisión)

El día lunes regresó $ 100 del banco Independencia.
Sea: x = Dinero en soles que cambió en el banco Independencia.

$$\frac{x}{3{,}26} = 100$$

$$x = 100 \times 3{,}26$$
$$x = 326$$

Ahora más la comisión de 15 soles: 326 + 15 = S/. 341.

El día martes regresó $ 100 del banco Confianza.
Sea: y = Dinero en soles que cambió en el banco Confianza.

$$\frac{y}{3{,}28} = 100$$

$$y = 100 \times 3{,}28$$
$$y = 328$$

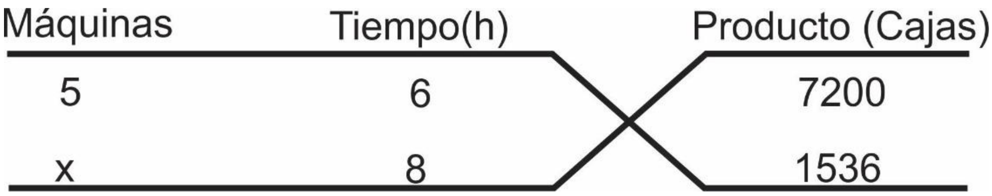
Total de dinero en soles que cambió en los dos bancos: 341 + 328 = S/. 669

RESPUESTA: Andrea gastó 669 soles para obtener 200 dólares. **CLAVE A**.

9) En una fábrica de panetones, 5 máquinas envasan 7200 cajas en 6 horas. ¿Cuántas máquinas más se debe comprar para que, junto a las anteriores, puedan envasar 15360 cajas en 8 horas?
Nota: Considere que todas las máquinas trabajan a la misma rapidez.

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

SOLUCION:
Resolviendo por el método de las dos rayas:



$$x(8)(7200) = 5(6)(1536)$$

$$x = \frac{5(6)(1536)}{8(7200)}$$

$$x = \frac{1536}{192}$$

$$x = 8$$

Cuántas máquinas comprarán: 8 – 5 = 3

RESPUESTA: Deben comprar 3 máquinas más. **CLAVE D**.

10) En la I.E. Illathupa de Huánuco sólo se atiende a estudiantes del nivel secundario y las cantidades por grado se muestran en la siguiente tabla:

Grado	N° de estudiantes
Primero	347
Segundo	268
Tercero	230
Cuarto	251
Quinto	244

Un grupo de estudiantes quiere hacer una encuesta a todos los estudiantes de la I.E., pero al ver que son muchos, decidieron escoger una muestra representativa de 210 estudiantes y hacer la encuesta sólo con ellos. En dicha muestra las cantidades de estudiantes por grados deben ser proporcionales a las cantidades que hay por grado en toda la I.E. ¿Cuántos estudiantes de segundo grado debe haber en dicha muestra?

A) 21 B) 42 C) 54 D) 66 E) 78

SOLUCION:

Muestra = 210 estudiantes.

En dicha muestra las cantidades de estudiantes por grados deben ser proporcionales a las cantidades que hay por grado en toda la I.E.

Sea, “k” constante de proporcionalidad:

Total = 347k + 268k + 230k + 251k + 244k = 1340k

$$1340k = 210$$

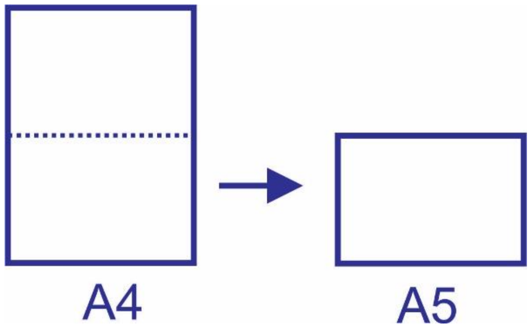
$$k = \frac{210}{1340} = \frac{21}{134}$$

Número de estudiantes de segundo grado que debe haber en dicha muestra:

$$Segundo = 268k = 268 \times \frac{21}{134} = 2 \times 21 = 42$$

RESPUESTA: En dicha muestra debe haber 42 estudiantes del segundo grado. **CLAVE B**.

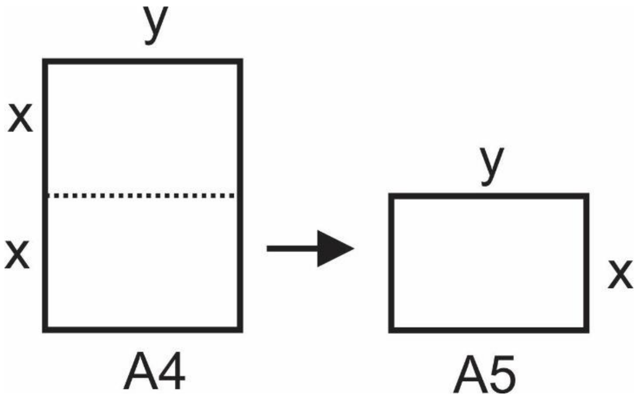
11) El índice de un rectángulo se define como el cociente de su lado mayor entre su lado menor. Así, por ejemplo, si un rectángulo tiene 3 cm de largo y 2 cm de ancho, su índice es 3÷2 = 1,5. En las imprentas trabajan con varios tamaños de papeles, uno de los más usados es el tamaño A4. Si a una hoja tamaño A4 se le hace un corte a la mitad (uniendo los puntos medios de sus lados mayores) se obtiene dos hojas de tamaño A5.



Una propiedad interesante es que una hoja de tamaño A4 tiene el mismo índice que una hoja tamaño A5. Calcule, aproximadamente, dicho índice,

A) 2 B) 1,41 C) 1,5 D) 1,35 E) 1,63

SOLUCION:
Asignando variables:



Una hoja de tamaño A4 tiene el mismo índice que una hoja tamaño A5, por tanto, se cumple:

$$\frac{2x}{y} = \frac{y}{x}$$

$$2x^2 = y^2$$

$$2 = \frac{y^2}{x^2}$$

$$2 = \left(\frac{y}{x}\right)^2$$

$$\sqrt{2} = \frac{x}{y}$$

$$1{,}4142 = \frac{x}{y}$$

RESPUESTA: El índice de la hoja A4 y A5 es 1,41. **CLAVE B**.

12) En una obra teatral, realizada en el Teatro Municipal de Arequipa, los niños pagan S/. 8 y los adultos S/. 25. Si en total se recaudó S/. 942 y se vendieron más boletos de adultos que de niños, ¿Cuántos boletos se vendieron en total?

A) 71 B) 37 C) 54 D) 58 E) 61

SOLUCION:
Precio de entrada por cada niño: 8 soles.
Precio de entrada por cada adulto: 25 soles.
Sea:
x = Número de niños.
y = número de adultos.
Donde: y > x

Total de asistentes = 942
8x + 25y = 942
25y = 942 – 8x

$$y = \frac{942 - 8x}{25}$$

De la expresión anterior, "y" es múltiplo de 25, pero para ello 942 debe ser restado por un múltiplo de 8. Este último debe terminar en cifra 2, porque al restarse con 942 el resultado terminará en cifra cero y podría ser múltiplo de 25.
Entonces "x" debe terminar en cifra cuatro, es decir, debe ser de la forma: 4; 14; 24; 34;…
Reemplazando los valores de 4 y 14 no cumple, probemos con x = 24, se tiene:

$$y = \frac{942 - 8(24)}{25}$$

$$y = \frac{942 - 192}{25}$$

$$y = \frac{750}{25}$$

$$y = 30$$

Total de asistentes: 24 + 30 = 54

RESPUESTA: Se vendieron 54 boletos en total. **CLAVE C**.

13) Sean m y n números enteros. ¿En cuál o cuáles de los siguientes casos se puede asegurar que |m| + n = |m + n|?
I. Cuando m > 0.
II. Cuando n > 0.
III. Cuando m + n > 0

A) Sólo I B) Sólo II C) I y II D) I y III E) En ningún caso

SOLUCION:
Planteando: $\{m; n\} \subset \mathbb{Z}$
Dada la expresión:
|m| + n = |m + n|
|m + n| = |m| + n
Esta última expresión es similar a la desigualdad triangular: $|x+y| \leq |x| + |y|$, para $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$.
Por tanto, la igualdad: |m| + n = |m + n| es incorrecta para $\{m; n\} \subset \mathbb{Z}$

Probemos cada caso:

I. Cuando m > 0.
Cuando: m = 2, n = – 4
|m| + n = |m + n|
|2| + (– 4) = |2 + (– 4)|
|2| + (– 4) = |2 + (– 4)|
2 – 4 = |2 – 4|
–2 = | – 2 |
–2 = 2 ¡No cumple!

II. Cuando n > 0.
Cuando: n = 3, m = – 5
|m| + n = |m + n|
|–5| + 3 = |(– 5) + 3|
|–5| + 3 = |– 2|
5 + 3 = 2
8 = 2 ¡No cumple!

III. Cuando m + n > 0
Cuando: m = –3, n = 4. Sumando: (– 3) + 4 > 0
|m| + n = |m + n|
|–3| + 4 = |(– 3)+4|
3 + 4 = |1|
7 = 1 ¡No cumple!

Se concluye que, la igualdad: |m| + n = |m + n| sólo se cumple cuando m ≥ 0 y n ≥ 0.

RESPUESTA: En ningún caso es correcto. **CLAVE E**.

14) Calcule la probabilidad de que al lanzar tres dados se obtenga tres números distintos.
Nota: Considere que cada dado tiene en sus caras los números del 1 al 6.

A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{3}{4}$

SOLUCION:
Vamos a utilizar la regla de Laplace:

$$P(A) = \frac{Número\ de\ casos\ favorables}{Número\ de\ casos\ posibles}$$

Sea el evento: A = Lanzamiento de tres dados que se obtenga tres números distintos.
Al lanzar los tres dados no interesa el orden de los números que se obtiene, sólo que sean distintos, por tanto, es una combinación.

$$P(A) = \frac{C_1^6 \times C_1^5 \times C_1^4}{C_1^6 \times C_1^6 \times C_1^6}$$

$$P(A) = \frac{6 \times 5 \times 4}{6 \times 6 \times 6}$$

$$P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

RESPUESTA: La probabilidad de que al lanzar tres dados se obtenga tres números distintos es 5/9. **CLAVE A.**

15) El sistema de puntuación Elo es un método matemático para calcular la habilidad relativa de los jugadores de ajedrez. De esta forma cada ajedrecista tiene una puntuación Elo que va cambiando en el tiempo, según los resultados que obtiene al enfrentarse a otros jugadores. La diferencia de la puntuación Elo entre dos jugadores determina una probabilidad estimada de puntuación entre ellos, llamada puntuación esperada. Si el jugador A tiene una puntuación Elo R_A y el jugador B tiene una puntuación Elo R_B, la fórmula exacta de la puntuación esperada del jugador A al enfrentarse a B es:

$$\frac{1}{1+10^{(R_B-R_A)/400}}$$

Actualmente, los tres ajedrecistas peruanos con mayor puntuación Elo son los siguientes:

Ajedrecista	Puntuación Elo
Julio Granda	2656
Emilio Córdova	2643
Jorge Cori	2630

Usando la fórmula anterior, podemos determinar que la puntuación esperada de Julio Granda al enfrentarse a Emilio Córdova es:

$$\frac{1}{1+10^{(2643-2656)/400}}$$

Que es aproximadamente igual a 0,519. Calcule, aproximadamente, la puntuación esperada de Jorge Cori al enfrentarse a Emilio Córdova.

A) 0,519 B) 0,423 C) 0,481 D) 0,416 E) 0,459

SOLUCION:

Hallando la puntuación esperada de Julio Granda al enfrentarse a Emilio Córdova:

$$Puntuación\ Esperada(JG,EC)=\frac{1}{1+10^{(2643-2656)/400}}$$

$$Puntuación\ Esperada(JG,EC)=\frac{1}{1+10^{(-13)/400}}$$

Hallando la puntuación esperada de Jorge Cori al enfrentarse a Emilio Córdova:

$$Puntuación\ Esperada(JC,EC)=\frac{1}{1+10^{(2643-2630)/400}}$$

$$Puntuación\ Esperada(JC,EC)=\frac{1}{1+10^{(13)/400}}$$

El resultado en ambas expresiones es parecido, ya que sólo se diferencian en el signo, es decir, tenemos expresiones como las siguientes:

$$\frac{1}{1+10^{x}} \quad y \quad \frac{1}{1+10^{-x}}$$

Ambas expresiones suman la unidad y la vamos a demostrar:

$$\frac{1}{1+10^{x}}+\frac{1}{1+10^{-x}}$$

$$\frac{1+10^{-x}+1+10^{x}}{(1+10^{x})(1+10^{-x})}$$

$$\frac{1+10^{-x}+1+10^{x}}{1+10^{-x}+10^{x}+10^{x}.10^{-x}}$$

$$\frac{1+10^{-x}+1+10^{x}}{1+10^{-x}+10^{x}+10^{x-x}}$$

$$\frac{1+10^{-x}+1+10^{x}}{1+10^{-x}+10^{x}+10^{0}}$$

$$\frac{1+10^{-x}+1+10^{x}}{1+10^{-x}+10^{x}+1}$$

$$1$$

Entonces se cumple:

$$\frac{1}{1+10^{x}}+\frac{1}{1+10^{-x}}=1$$

$$\frac{1}{1+10^{x}}=1-\frac{1}{1+10^{-x}}$$

Por tanto, ambas expresiones son complementarias, es decir, suman la unidad y reemplazando en la expresión solicitada:

$$Puntuación\ Esperada(JC,EC)=\frac{1}{1+10^{(13)/400}}$$

$$Puntuación\ Esperada(JC,EC)=1-\frac{1}{1+10^{(-13)/400}}$$

$$Puntuación\ Esperada(JC,EC)=1-0{,}519=0{,}481$$

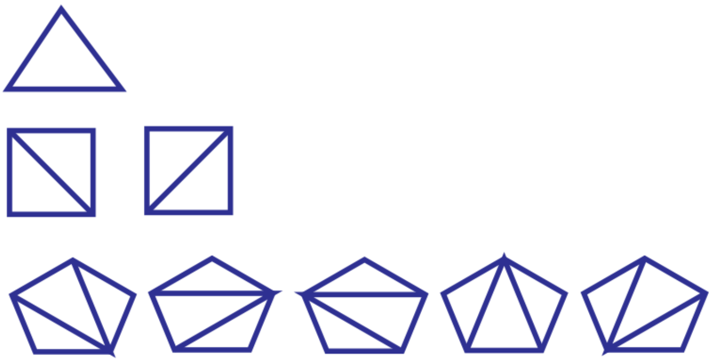
RESPUESTA: La puntuación esperada de Jorge Cori al enfrentarse a Emilio Córdova es 0,481. **CLAVE C**.

16) Triangular un polígono convexo de n lados consiste en trazar algunas diagonales que no se cortan dentro del polígono, de tal forma que el polígono quede dividido en triángulos. Además, sea T_n el número de formas en que se puede triangular un polígono regular de n lados.
Para n = 3, el polígono es un triángulo y no es necesario trazar diagonales para triangularlo, o sea tenemos que $T_3 = 1$. Para n = 4, el polígono es un cuadrado y tenemos que $T_4 = 2$. Para n = 5, el polígono es un pentágono y tenemos que $T_5 = 5$.

n = 3

n = 4

n = 5



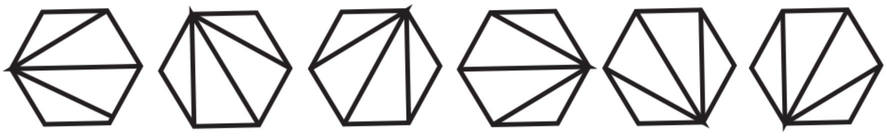
Determine el valor de T_6.

A) 18 B) 9 C) 8 D) 14 E) 7

SOLUCION:

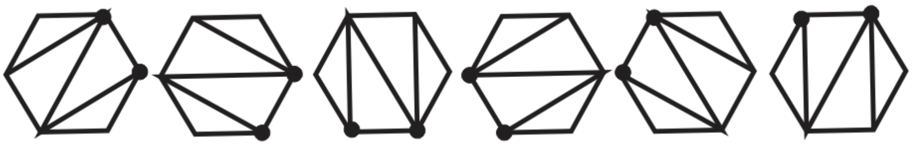
Nuestro análisis será con el hexágono (T_6).

Vamos a trazar las diagonales de un solo vértice:



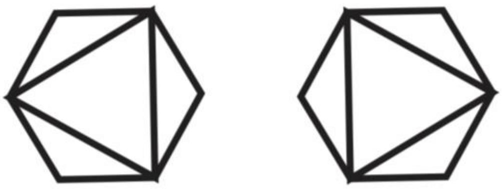
Sub total son: 6

Vamos a trazar las diagonales de dos vértices consecutivos:



Sub total son: 6

Vamos a trazar las diagonales de tres vértices no consecutivos:

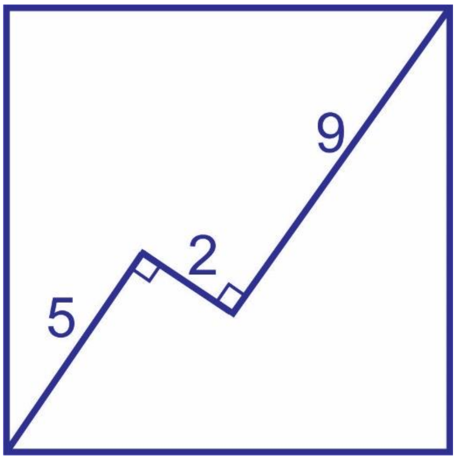


Sub total son: 2

Por tanto, en total será: 6 + 6 + 2 = 14.

RESPUESTA: El valor de T_6 = 14. **CLAVE D.**

17) En la figura se muestra tres segmentos dentro de un cuadrado. El segundo segmento tiene longitud 2 cm y es perpendicular a los otros dos segmentos de longitudes 5 cm y 9 cm.

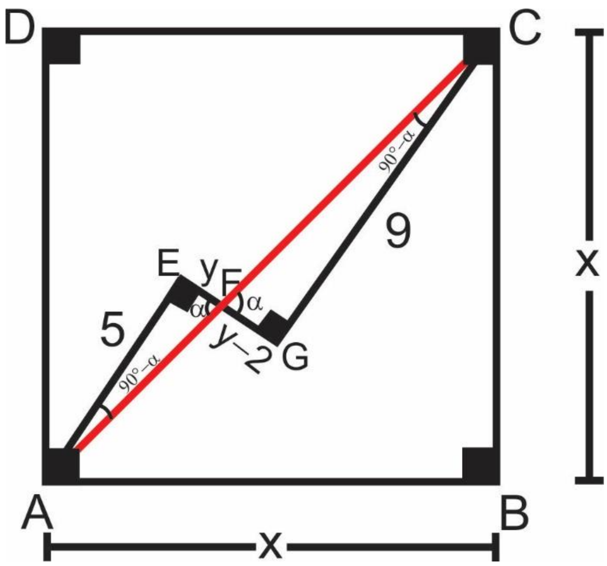


¿Cuál es la longitud del lado del cuadrado?

A) 11 cm B) 10 cm C) 14 cm D) $7\sqrt{2}$ cm E) $6\sqrt{2}$ cm

SOLUCION:

Asignado los vértices del cuadrado: A, B, C y D, luego trazamos su diagonal (AC) y ubicamos los vértices E, F y G. Si m∠AFE = α, entonces m∠CFG = α (por opuestos por el vértice), también se cumple: m∠EAF = 90°–α y también: m∠GCF = 90°–α. Sea "x" la medida de cada uno de los lados del cuadrado ABCD.



El ΔAEF ~ ΔGFC (AA). En consecuencia planteamos:

$$\frac{5}{9} = \frac{y}{2-y}$$

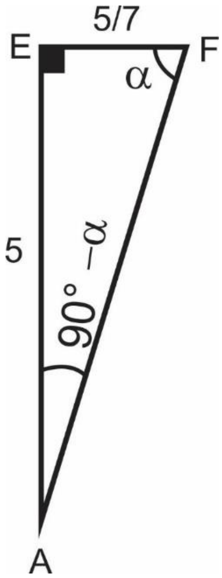
$$5(2-y) = 9y$$
$$10 - 5y = 9y$$
$$10 = 9y + 5y$$
$$10 = 14y$$
$$\frac{5}{7} = y$$

Hallando: FG

$$FG = 2 - y$$

$$FG = 2 - \frac{5}{7} = \frac{14-5}{7} = \frac{9}{7}$$

En el ∆AEF, vamos hallar la hipotenusa:



$$AF^2 = 5^2 + \left(\frac{5}{7}\right)^2$$

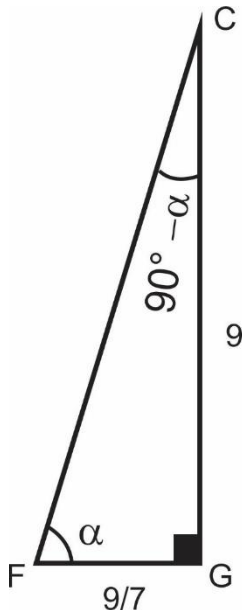
$$AF^2 = 25 + \frac{25}{49}$$

$$AF^2 = \frac{1225+25}{49}$$

$$AF = \sqrt{\frac{1250}{49}}$$

$$AF = \frac{5\sqrt{50}}{7}$$

En el ∆FGC, vamos hallar la hipotenusa:



$$FC^2 = 9^2 + \left(\frac{9}{7}\right)^2$$

$$FC^2 = 81 + \frac{81}{49}$$

$$FC^2 = \frac{3969+81}{49}$$

$$FC = \sqrt{\frac{4050}{49}}$$

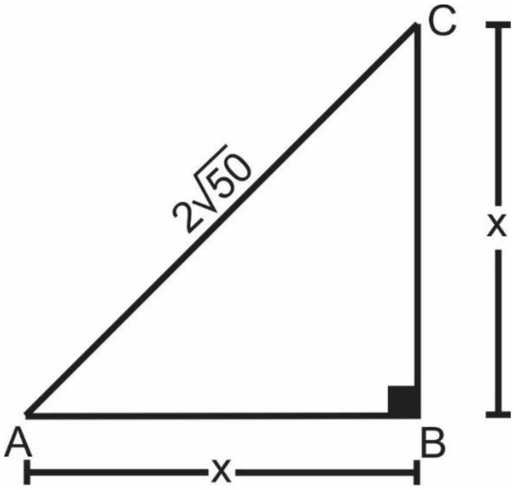
$$FC = \frac{9\sqrt{50}}{7}$$

En el ∆ABC, vamos hallar la hipotenusa:

$$AC = AF + FC$$

$$AC = \frac{5}{7}\sqrt{50} + \frac{9}{7}\sqrt{50}$$

$$AC = \frac{14}{7}\sqrt{50} = 2\sqrt{50}$$

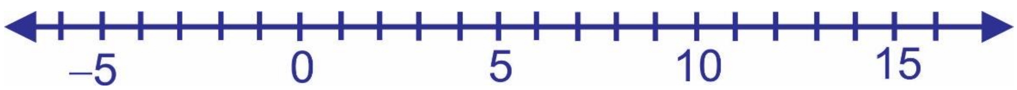


Utilizando el teorema de Pitágoras en el $\triangle$ABC:

$$(2\sqrt{50})^2 = x^2 + x^2$$
$$4 \times 50 = 2x^2$$
$$\sqrt{100} = x$$
$$10 = x$$

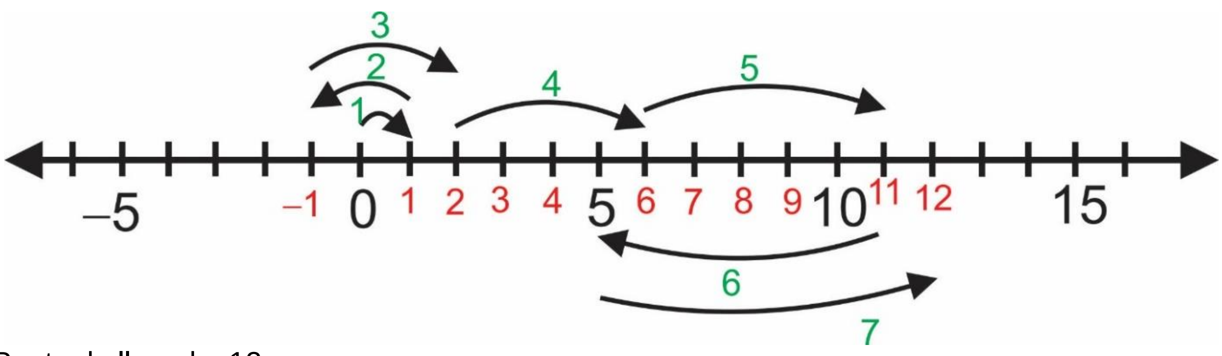
RESPUESTA: La longitud del lado del cuadrado es 10 cm. **CLAVE B.**

18) Una rana se encuentra en el punto 0 de la recta numérica, y planea dar saltos de la siguiente manera: En su primer salto, quiere saltar una unidad en cualquier dirección (izquierda o derecha), en su segundo salto quiere saltar dos unidades en cualquier dirección, en su tercer salto quiere saltar tres unidades en cualquier dirección, y así sucesivamente. ¿Cuántos saltos, como mínimo, debe realizar la rana para llegar al punto 12?



A) 8 B) 9 C) 5 D) 6 E) 7

SOLUCION:
Punto de partida: 0
Graficando los saltos de manera adecuada:

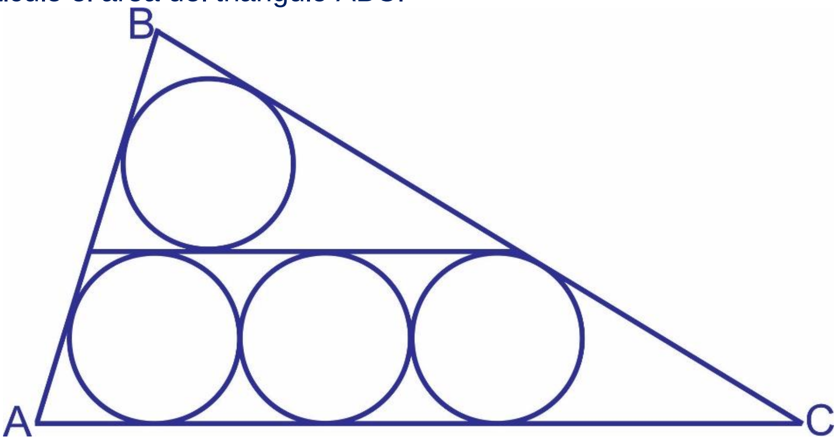


Punto de llegada: 12

RESPUESTA: La rana dio 7 saltos como mínimo para llegar al punto 12. **CLAVE E.**

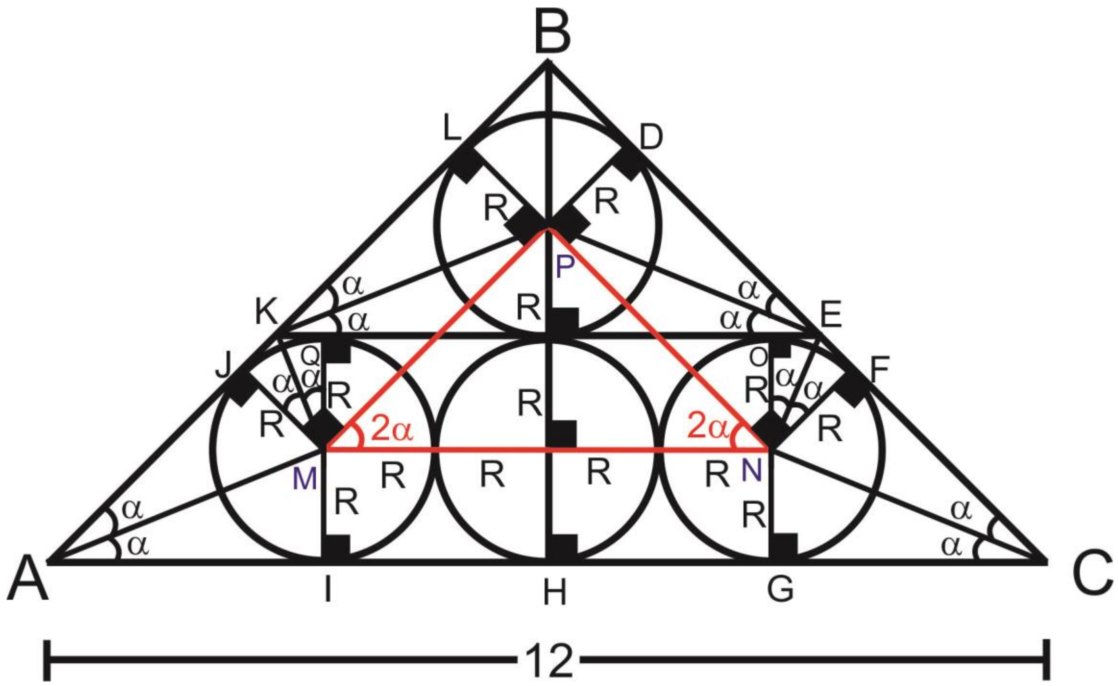
19) Las cuatro circunferencias mostradas tienen igual radio y cada una es tangente a uno o dos lados del triángulo; cada circunferencia es tangente al segmento que está dentro del triángulo

ABC y además, la circunferencia central inferior es tangente a las circunferencias vecinas. Si AC = 12 cm, calcule el área del triángulo ABC.



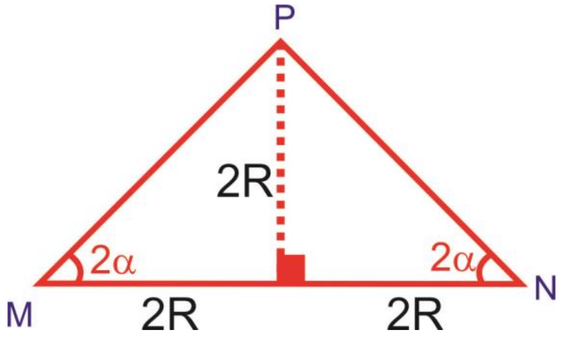
A) $24\sqrt{2}$ cm² B) $18\sqrt{3}$ cm² C) 30 cm² D) $7\sqrt{2}$ cm² E) 36 cm²

SOLUCION:
Debido a que la circunferencia de la parte superior no especifica exactamente dónde se ubica, vamos a suponer que se encuentra en la parte superior de la circunferencia del centro de la segunda fila. También se puede resolver cuando la circunferencia de la parte superior se ubica en otra posición, aunque el procedimiento es tedioso pero la respuesta será la misma.
Vamos ubicar los vértices D, E, F, G, H, I, J, K, L, O, Q, luego ubicamos los centros de las circunferencias: M, N y P, trazamos los radios "R" de las cuatro circunferencias convenientemente. El ΔABC es isósceles porque AB = BC, tal como se muestra a continuación:

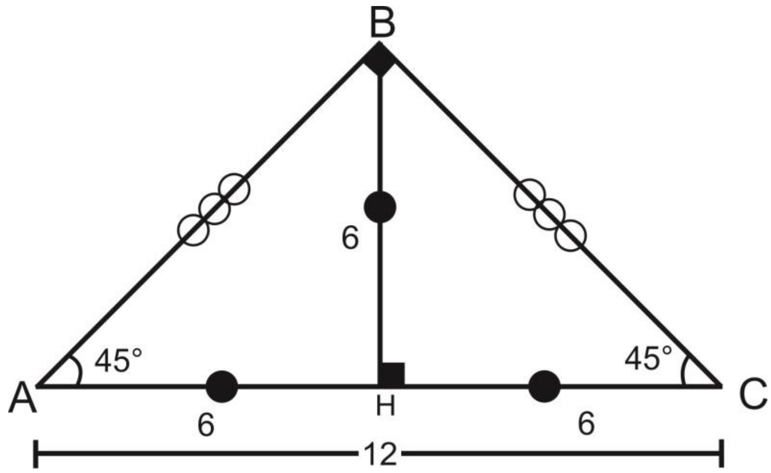


Si: m∠MAI = α, entonces m∠MAJ = α (Por el teorema de la bisectriz de un ángulo), de la misma manera: m∠NCG = α, m∠FCN = α.
Como KE // AC, entonces: m∠LKP = α y m∠PKE = α, de la misma manera: m∠DEP = α y m∠PEK = α.
Por el teorema de la bisectriz de un ángulo: m∠JMK = α y m∠KMQ = α.
Por el teorema de la bisectriz de un ángulo: m∠FNE = α y m∠ENO = α.

Debido a que LJ // PM y MN // IG, entonces: m∠PMN = 2α.
Debido a que DF // PN y MN // IG, entonces: m∠PNM = 2α.
Graficando el triángulo PNM:



De donde se puede deducir que: 2α = 45° entonces α= 22,5°.
Por tanto, el triángulo ABC sería:



$$A\Delta = \frac{Base \times Altura}{2}$$

$$A\Delta = \frac{(12)6}{2}$$

$$A\Delta = \frac{72}{2}$$

$$A\Delta = 36$$

RESPUESTA: El área del triángulo ABC es 36 cm^2. **CLAVE E.**

20) Determinar cuántos números de 6 dígitos cumplen que cada dígito pertenece al conjunto {1; 2; 3; 4; 5; 6} (está permitido repetir dígitos) y además la suma de cualesquiera dos dígitos adyacentes es múltiplo de 2 o de 3.
Nota: Algunos números de 6 dígitos que cumplen las condiciones requeridas son 111112; 153154 y 666666.

A) 3^6x2^4 B) 3^4x2^5 C) 2^{12} D) 3^6x2^3 E) $3x2^{11}$

SOLUCION:
Plateando:

a	b	c	d	e	f

La suma de dos dígitos adyacentes es múltiplo de 2 ó 3 y son los siguientes:

1 + 1 = 2
1 + 2 = 3
1 + 3 = 4
1 + 5 = 6
2 + 1 = 3
2 + 2 = 4
2 + 4 = 6
2 + 6 = 8
3 + 1 = 4
3 + 3 = 6
3 + 5 = 8
3 + 6 = 9
4 + 2 = 6
4 + 4 = 8
4 + 5 = 9
4 + 6 = 10
5 + 1 = 6
5 + 3 = 8
5 + 4 = 9
5 + 5 = 10
6 + 2 = 8
6 + 3 = 9
6 + 4 = 10
6 + 6 = 12

Los números adyacentes del número 1 son: 1; 2; 3; 5.
Los números adyacentes del número 2 son: 1; 2; 4; 6.
Los números adyacentes del número 3 son: 1; 3; 5; 6.
Los números adyacentes del número 4 son: 2; 4; 5; 6.
Los números adyacentes del número 5 son: 1; 3; 4; 5.
Los números adyacentes del número 6 son: 2; 3; 4; 6.

Por tanto, cada uno de los números del 1 al 6 pueden ser vecinos de exactamente 4 números. Vamos a colocar el primer dígito en el primer casillero que puede ser cualquiera de los seis números (1; 2; 3; 4; 5; 6), entonces el segundo dígito tendrá 4 opciones según lo anterior. De la misma manera vamos a colocar el tercer dígito y así sucesivamente. Luego por el principio de multiplicación tendremos:

6	4	4	4	4	4

Total de números = $6\times4\times4\times4\times4\times4 = (2\times3)\times2^2\times2^2\times2^2\times2^2\times2^2 = 3\times2\times2^2\times2^2\times2^2\times2^2\times2^2 = 3\times2^{11}$.

RESPUESTA: Cumplen con dicha condición 3×2^{11} números. **CLAVE E.**

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN