XIV Olimpiada Nacional Escolar de Matemática (ONEM 2017)
Primera Fase - Nivel 2 – Solucionario.

1) Antes de una pelea de box, los organizadores pactaron repartir cierto monto de la siguiente forma: La quinta parte para el perdedor y el resto para el ganador. Si el perdedor obtuvo 1000 soles, ¿Cuánto obtuvo el ganador?

A) 4000 soles B) 5000 soles C) 6000 soles D) 3000 soles E) 4500 soles

SOLUCION:

Planteando:
Total: 5x
Perdedor: $\frac{1}{5}(5x) = x$
Ganador: 5x – x = 4x
Perdedor: 1000, por tanto: x = 1000
Ganador: 4(1000) = 4000

RESPUESTA: El ganador obtuvo 4000 soles. **CLAVE A.**

2) Un sastre tiene que hacer cuatro pantalones iguales el día de hoy. Él empezó a trabajar a las 7:30 am y terminó el primer pantalón a las 9:00 am. ¿A qué hora terminará los cuatro pantalones?

A) 12:30 pm B) 1:30 pm C) 2:00 pm D) 1:00 pm E) 1:15 pm

SOLUCION:
Siguiendo la secuencia hasta terminar el cuarto pantalón:

	1er Pantalón	2do Pantalón	3er Pantalón	4to Pantalón
7:30 AM	9:00 AM	10:30 AM	12:00 M	1:30 PM
	+ 1:30 h	+ 1:30 h	+ 1:30 h	+ 1:30 h

RESPUESTA: El sastre terminará de hacer los cuatro pantalones a las 1:30 PM. **CLAVE B.**

3) Juan y Alberto tienen que recaudar cada uno 300 soles para su viaje de promoción. En cierto momento se dio la siguiente conversación:
- Juan dijo: “Me falta recaudar el 60% del total”.
- Alberto respondió: “Entonces yo he recaudado el doble que tú”.

¿Cuánto le falta recaudar a Alberto?

A) 120 soles B) 90 soles C) 45 soles D) 72 soles E) 60 soles

SOLUCION:
Monto a recaudar para cada uno: 300 soles.
Juan dijo: “Me falta recaudar el 60% del total”. Graficando se tiene:

10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%

Recaudó: 40% Falta recaudar: 60%

Alberto respondió: “Entonces yo he recaudado el doble que tú”. Graficando se tiene:

10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%

Recaudó: 80%

Falta recaudar: 20%

Le falta recaudar a Alberto: 20% del total, es decir:

$$\frac{20}{100} \times 300 = 20 \times 3 = 60$$

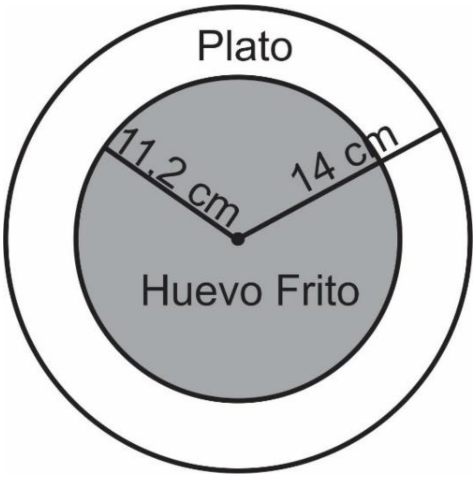
RESPUESTA: A Alberto le falta recaudar 60 soles. **CLAVE E.**

4) Martha quiere determinar qué porcentaje de la superficie de un plato circular ocupa el huevo frito que ella se preparó para el desayuno. Si el radio del plato es 14 cm, y se asume que la forma del huevo frito corresponde a un círculo de radio igual a 0,8 veces el radio del plato, calcule el porcentaje requerido.

A) 36% B) 50% C) 14% D) 64% E) 72%

SOLUCION:

Radio del huevo frito: 0,8(Radio del plato) = 0,8(14 cm) = 11,2 cm.
Graficando se tiene:



Sea el porcentaje de la superficie de un plato circular que es ocupada por el huevo frito: x.

$$x = \frac{Area\ del\ huevo\ frito}{Area\ del\ plato}$$

$$x = \frac{\pi \times (11{,}2)^2}{\pi \times (14)^2}$$

$$x = \frac{125{,}44}{196} \times 100\%$$

$$x = \frac{12544}{196}\%$$

$$x = 64\%$$

RESPUESTA: El huevo frito ocupa el 64% de la superficie del plato circular. **CLAVE D.**

5) Hace 6 años la edad de Adriana era mayor que $\frac{1}{2}$ de su edad actual y dentro de 7 años la edad de Adriana será mayor que $\frac{3}{2}$ de su edad actual. ¿Dentro de cuántos años Adriana tendrá 18 años?

A) 6 B) 5 C) 7 D) 8 E) 9

SOLUCION:

Planteando:

	Pasado	Presente	Futuro
Adriana	x – 6	x	x + 7

Hace 6 años la edad de Adriana era mayor que ½ de su edad actual:

$$x - 6 > \frac{1}{2}x$$

$$2(x - 6) > x$$

$$2x - 12 > x$$

$$x > 12$$

Dentro de 7 años la edad de Adriana será mayor que 3/2 de su edad actual:

$$x + 7 > \frac{3}{2}x$$

$$2(x + 7) > 3x$$

$$2x + 14 > 3x$$

$$14 > x$$

$$x < 14$$

Por tanto: 12 < x < 14, entonces x = 13.
Dentro de cuántos años Adriana tendrá 18 años: 18 – 13 = 5 años.

RESPUESTA: Dentro de 5 años Adriana tendrá 18 años. **CLAVE B.**

6) Halle la suma de todos los números en el siguiente arreglo:

1	2	4	8
3	6	12	24
9	18	36	72
27	54	108	216

Exprese el resultado mediante una multiplicación.

A) 15x40 B) 40x21 C) 10x45 D) 21x35 E) 16x35

SOLUCION:
Sumando la primera columna: S = 1 + 3 + 9 + 27 = 40
Expresando la distribución de los números en función de la primera columna (S).

1	2(1)	4(1)	8(1)	
3	2(3)	4(3)	8(3)	Vamos a sumar todas las columnas
9	2(9)	4(9)	8(9)	
27	2(27)	4(27)	8(27)	

S + 2S + 4S + 8S = 15S = 15x40

RESPUESTA: La suma de todos los números en el arreglo es 15x40. **CLAVE A**.

7) En un bus hay 50 asientos y uno lo ocupa el chofer. En los otros asientos están viajando alumnos de dos colegios A y B, aunque hay algunos asientos vacíos. La tercera parte de los alumnos del colegio A está durmiendo y la quinta parte está leyendo. La tercera parte de los alumnos del colegio B está leyendo y la octava parte está durmiendo. ¿Cuántos asientos vacíos hay?

A) 12 B) 10 C) 11 D) 13 E) 17

SOLUCION:

En el bus hay 50 asientos y uno lo ocupa el chofer.

Número de alumnos del colegio A que están durmiendo: $\frac{1}{3}A$

Número de alumnos del colegio A que están leyendo: $\frac{1}{5}A$

Por tanto, el número total de alumnos del colegio de A es un múltiplo de 3x5 = 15.

Número de alumnos del colegio B que están leyendo: $\frac{1}{3}B$

Número de alumnos del colegio B que están durmiendo: $\frac{1}{8}B$

Por tanto, el número total de alumnos del colegio de B es un múltiplo de 3x8 = 24.

Entre ambos colegios se tendrá el número de alumnos: 15K + 24K = 39K.
De manera que: K = 1, porque si fuera mayor que uno la cantidad de alumnos sería mayor que 50. Por tanto, el número de alumnos es 39.
Número de asientos vacíos = (50 – 1) – 39 = 49 – 39 = 10.
Del total de asientos (50) se descuenta uno que está ocupado por el chofer.

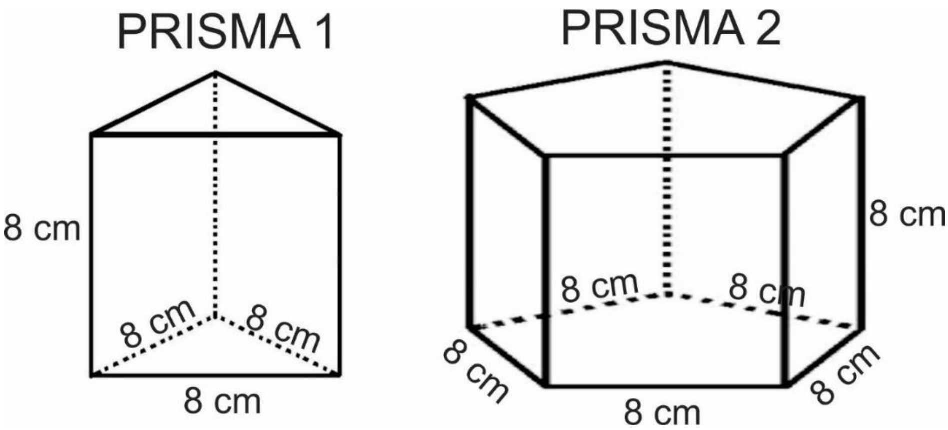
RESPUESTA: En el bus hay 10 asientos vacíos. **CLAVE B**.

8) Un carpintero hizo dos prismas de madera. Las bases del primer prisma son triángulos equiláteros de 8 cm de lado y sus caras laterales son cuadrados. Las bases del segundo prisma son hexágonos regulares de 8 cm de lado y sus caras laterales también son cuadrados. Por lo tanto, el volumen del primer prisma es al volumen del segundo prisma como…

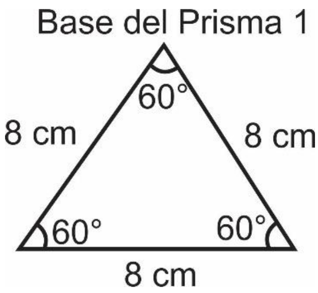
A) 1 es a 3 B) 2 es a 3 C) 1 es a 6 D) 1 es a 4 E) 2 es a 9

SOLUCION:

Graficando se tiene



Hallando el área de la base (triángulo equilátero) del prisma 1:



Por fórmula se tiene:

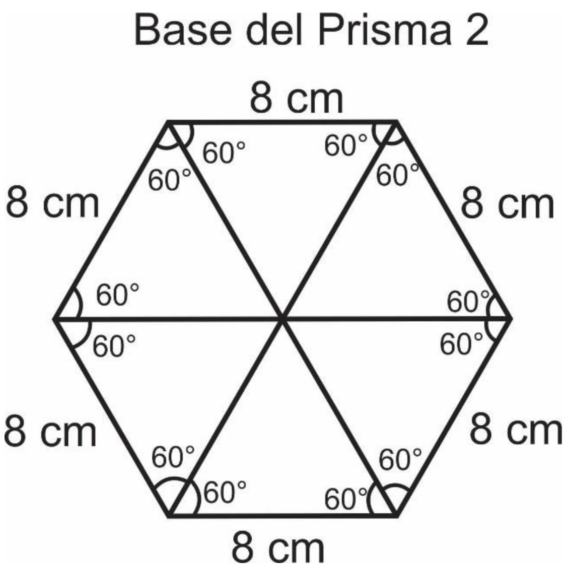
$$A\Delta = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A\Delta = \frac{8^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A\Delta = \frac{64\sqrt{3}}{4}$$

$$A\Delta = 16\sqrt{3}$$

Hallando el área de la base (hexágono regular) del prisma 2:



El área del hexágono regular es seis veces el área del triángulo equilátero:

$$A = 6 \times A\Delta$$

$$A = 6 \times 16\sqrt{3}$$

$$A = 96\sqrt{3}$$

Hallando la relación de los volúmenes:

$$\frac{Volumen\ Prisma\ 1}{Volumen\ Prisma\ 2} = \frac{Ab_1 \times h_1}{Ab_2 \times h_2} = \frac{16\sqrt{3} \times 8}{96\sqrt{3} \times 8} = \frac{16}{96} = \frac{1}{6}$$

Recordemos el volumen de un prisma está dado por: V = Axh (A: Área de la base, h: Altura).

RESPUESTA: El volumen del primer prisma es al volumen del segundo prisma como 1 es a 6.

CLAVE C.

9) En una ciudad, cada número telefónico es de la forma $\overline{abcde}$ (es decir, tiene 5 dígitos) y para que sea considerado válido se debe cumplir que 3a + b + 3c + d + 3e es múltiplo de 10. Por ejemplo, 23289 es un número válido porque 3x2 + 1x3 + 3x2 + 1x8 + 3x9 = 50 es múltiplo de 10. Por otro lado 11111 no es un número válido porque 3x1 + 1x1 + 3x1 + 1x1 + 3x1 = 11 no es múltiplo de 10.
Esta forma de asignar los números telefónicos tiene varios beneficios, uno de ellos es que si se intercambia de lugar dos dígitos adyacentes casi siempre se puede deducir cuál era el número inicial, sin tener la información de cuáles fueron los dígitos intercambiados. Por ejemplo, mientras Andrea dictaba su número telefónico a una amiga, por error intercambió dos dígitos adyacentes y su amiga escribió 24765 ¿Cuál es el número telefónico de Andrea?

A) No se puede determinar B) 42765 C) 27465 D) 24675 E) 24756

SOLUCION:

De acuerdo a los datos del problema:

Todo número de cinco dígitos: $\overline{abcde}$ se cumple

$$3a + b + 3c + d + 3e = \overset{\circ}{10}$$

La amiga de Andrea escribió el número: 24765

Probando la alternativa B) 42765

$3(4) + 2 + 3(7) + 6 + 3(5) = \overline{10}$

$12 + 2 + 21 + 6 + 15 = \overline{10}$

$56 \neq \overline{10}$

Probando la alternativa C) 27465

$3(2) + 7 + 3(4) + 6 + 3(5) = \overline{10}$

$6 + 7 + 12 + 6 + 15 = \overline{10}$

$46 \neq \overline{10}$

Probando la alternativa D) 24675

$3(2) + 4 + 3(6) + 7 + 3(5) = \overline{10}$

$6 + 4 + 18 + 7 + 15 = \overline{10}$

$50 = \overline{10}$

RESPUESTA: El número telefónico de Andrea es 24675. **CLAVE D**.

10) El reglamento municipal de edificaciones de cierta ciudad consta de tres normas:
- El primer piso de una edificación debe tener como mínimo 3 metros de altura.
- Cualquier otro piso superior al primero debe tener como mínimo 2,6 metros de altura.
- La edificación debe tener como máximo 25 metros de altura.

¿Cuántos pisos como máximo puede tener una edificación en dicha ciudad?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

SOLUCION:
Planteando:
Altura mínima del primer piso: 3 m.
Altura mínima de otro piso superior al primero: 2,6 m.
Altura máxima de edificación: 25 m.

Altura de edificación sin el primer piso: 25 – 3 = 22 m.
Sea, "N" número de pisos:

$$N = \frac{22}{2,6} = \frac{220}{26} = \frac{110}{13} = 8,4 \approx 8$$

Por tanto, el total de pisos sería: 8 + 1 = 9 (Se suma uno por el primer piso).

RESPUESTA: La edificación tendrá 9 pisos como máximo. **CLAVE C**.

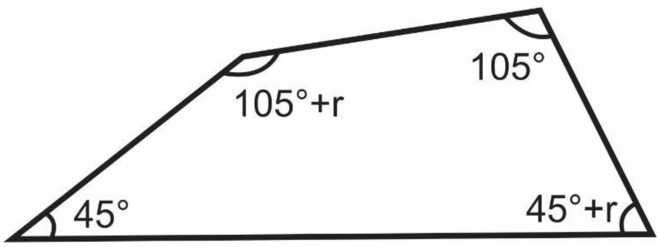
11) Felipe dibujó en su cuaderno un cuadrilátero y midió con su transportador sus ángulos interiores. Resultó que las medidas de los ángulos están en progresión aritmética y que dos de ellos son 45° y 105°. ¿Cuál es la medida del mayor ángulo interior del cuadrilátero?

A) 120° B) 145° C) 110° D) 105° E) 135°

SOLUCION:
Las medidas de los ángulos interiores están en progresión aritmética, siendo "r" la razón aritmética y que dos de los ángulos son 45° y 105°.

1er ∠	2do ∠	3er ∠	4to ∠
45°	45° + r	105°	105° + r
+ r	+ r	+ r	

Graficando se tiene:



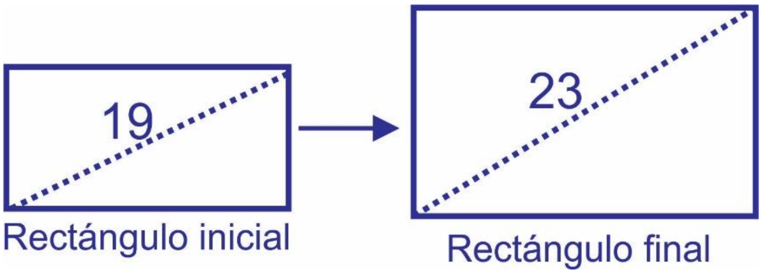
Utilizando el segundo y tercer ángulo que están en progresión aritmética:

$$45° + 2r = 105°$$
$$2r = 105° - 45°$$
$$2r = 60°$$
$$r = 30°$$

Mayor ángulo interior del cuadrilátero: 105° + r = 105° + 30° = 135°

RESPUESTA: El mayor ángulo interior del cuadrilátero es 135°. **CLAVE E**.

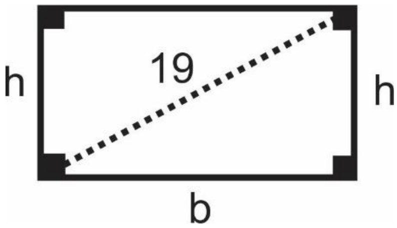
12) Pedro dibujó un rectángulo cuya diagonal mide 19 cm. Si la base y altura del rectángulo de Pedro aumentan en 3 cm, entonces la diagonal aumenta en 4 cm. Calcule el perímetro del rectángulo inicial.



A) 38 cm B) 52 cm C) 50 cm D) 54 cm E) 48 cm

SOLUCION:

Utilizando el Teorema de Pitágoras en el rectángulo inicial:

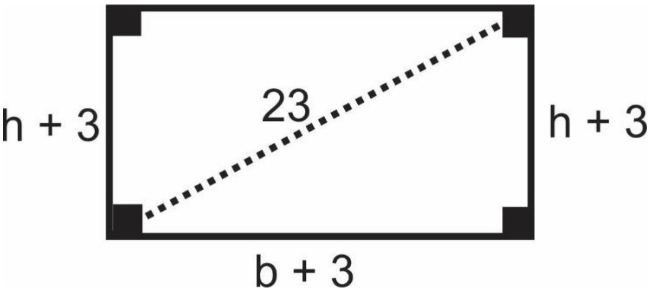


$$b^2 + h^2 = 19^2$$
$$b^2 + h^2 = 361$$

Perímetro inicial:

$$P(Inicial) = 2(b + h)$$

Utilizando el Teorema de Pitágoras en el rectángulo final:



$$(b + 3)^2 + (h + 3)^2 = 23^2$$
$$b^2 + 6b + 9 + h^2 + 6h + 9 = 529$$
$$b^2 + h^2 + 6b + 6h + 9 + 9 = 529$$
$$(b^2 + h^2) + 6(b + h) + 18 = 529$$
$$(b^2 + h^2) + 6(b + h) = 529 - 18$$
$$361 + 6(b + h) = 511$$
$$6(b + h) = 511 - 361$$
$$6(b + h) = 150$$
$$b + h = 25$$

Reemplazando la última expresión en el perímetro inicial:

$$P(Inicial) = 2(b + h)$$
$$P(Inicial) = 2(25)$$
$$P(Inicial) = 50$$

RESPUESTA: El perímetro del rectángulo inicial es de 50 cm. **CLAVE C**.

13) La mediana de una cantidad par de números se determina de la siguiente forma: Se ordena los números de menor a mayor, y la mediana se define como la media de los números que aparecen en las posiciones centrales. Por ejemplo, la mediana de los números 6; 2; 5; 2; 1; 4 es 3 porque al ordenar dichos números de menor a mayor obtenemos 1; 2; 2; 4; 5; 6 y la media de los números que aparecen en las posiciones centrales es $\frac{2+4}{2} = 3$.
Un niño hizo una encuesta a 6 personas haciéndoles la siguiente pregunta: ¿Cuántas personas viven en tu casa? Las respuestas que obtuvo fueron las siguientes:
3; 3; 7; 9; n; 3.
Luego, el niño calculó la mediana de los 6 números. ¿Cuál de las siguientes alternativas no es un posible valor de la mediana?

A) 3,5 B) 4 C) 4,5 D) 5 E) 5,5

SOLUCION:
Ordenando los números de menor a mayor:
3; 3; **3; 7**; 9; n

Si: n ≤ 3, → $Me = \frac{3+3}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Si: n = 4, → $Me = \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2} = 3{,}5$

Si: n = 5, → $Me = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$

Si: n = 6, → $Me = \frac{3+6}{2} = \frac{9}{2} = 4{,}5$

Si: n = 7, → $Me = \frac{3+7}{2} = \frac{10}{2} = 5$

Si: n = 8, → $Me = \frac{3+7}{2} = \frac{10}{2} = 5$

Si: n ≥ 9, → $Me = \frac{3+7}{2} = \frac{10}{2} = 5$

RESPUESTA: La mediana no puede tomar el valor de 5,5. **CLAVE E**.

14) Una zapatería usa la siguiente fórmula para determinar la longitud L de un zapato según la talla t:
L(t) = at + b,
Donde a y b son constantes. Se sabe que la talla 34 corresponde a una longitud de 21,5 cm y la talla 44 corresponde a una longitud de 27,5 cm, es decir, se cumple que L(34) = 21,5 y L(44) = 27,5 respectivamente. ¿Qué longitud corresponde a la talla 38?

A) 23,7 cm B) 24,2 cm C) 25,1 cm D) 24,3 cm E) 23,9 cm

SOLUCION:

Ordenando en una tabla:

t	34	44
L	21,5 cm	27,5 cm

Reemplazando en la función:
L(34) = 34a + b = 21,5
L(44) = 44a + b = 27,5

Resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 34a + b = 21{,}5 \\ \underline{44a + b = 27{,}5} \end{cases}$$

$10a = 6$ (Restando la segunda ecuación y la primera ecuación)
$a = 6/10 = 3/5 = 0{,}6$

Reemplazando “a” en la primera ecuación:

$$34a + b = 21{,}5$$
$$34(0{,}6) + b = 21{,}5$$
$$20{,}4 + b = 21{,}5$$
$$b = 21{,}5 – 20{,}4$$
$$b = 1{,}1$$

Por tanto, la función será la siguiente: L(t) = 0,6t + 1,1. Hallando: L(38)
L(38) = 0,6(38) + 1,1 = 22,8 + 1,1 = 23,9

RESPUESTA: La longitud corresponde a la talla 38 es 23,9 cm. **CLAVE E.**

15) Luego de una encuesta a los alumnos de educación secundaria de un colegio acerca de su deporte favorito se obtuvo la siguiente información:

	Número de alumnos	Porcentaje
Fútbol	100	*
Vóley	60	*
Básquet	*	20%
Tenis	*	16%

Los asteriscos denotan información oculta. ¿Para cuántos alumnos su deporte favorito es el básquet?

A) 50 B) 40 C) 65 D) 62 E) 55

SOLUCION:
Asignando variables:
Número de alumnos que prefieren Básquet: x
Número de alumnos que prefieren Tenis: y

	Número de alumnos	Porcentaje
Fútbol	100	*
Vóley	60	*
Básquet	x	20%
Tenis	y	16%
TOTAL	160 + x + y	100%

Alumnos que prefieren Básquet:

$$\frac{x}{160+x+y}=20\%$$

$$\frac{x}{160+x+y}=\frac{20}{100}$$

$$\frac{x}{160+x+y}=\frac{1}{5}$$

$$5x=160+x+y$$

$$4x=160+y$$

$$4x-y=160\ \ \ldots.(\alpha)$$

Alumnos que prefieren tenis:

$$\frac{y}{160+x+y}=16\%$$

$$\frac{y}{160+x+y}=\frac{16}{100}$$

$$\frac{y}{160+x+y}=\frac{4}{25}$$

$$25y=640+4x+4y$$

$$21y=640+4x$$

$$-4x+21y=640\ \ldots.(\beta)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones: (α) + (β)

$$\begin{cases} 4x - y = 160 \\ \underline{-4x + 21y = 640} \end{cases}$$

$$20y = 800$$

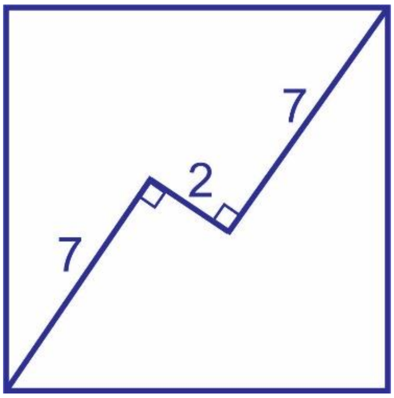
$$y = 800/20 = 40$$

Reemplazando "y" en la primera ecuación:

$$4x - y = 160$$
$$4x - 40 = 160$$
$$4x = 160 + 40$$
$$4x = 200$$
$$x = 50$$

RESPUESTA: 50 alumnos prefieren el básquet. **CLAVE A.**

16) En la figura se muestra tres segmentos dentro de un cuadrado. El segundo segmento tiene longitud 2 cm y es perpendicular a los otros dos segmentos que tienen longitud 7 cm.

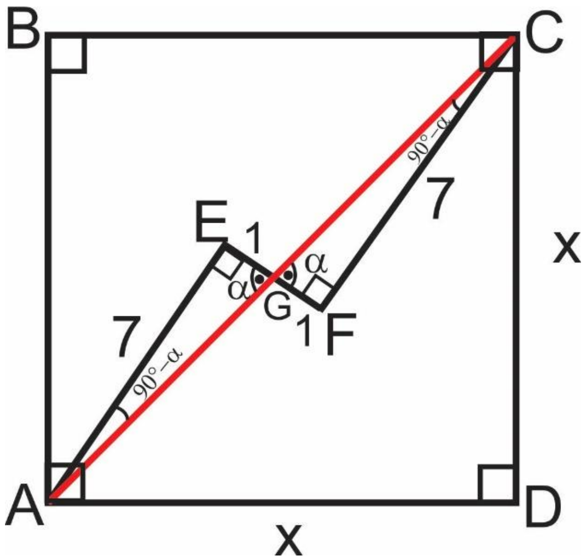


¿Cuál es la longitud del lado del cuadrado?

A) 11 cm B) 10 cm C) 14 cm D) $7\sqrt{2}$ cm E) $6\sqrt{2}$ cm

SOLUCION:

Asignado los vértices del cuadrado: A, B, C y D, luego trazamos su diagonal (AC) y ubicamos los vértices E, F y G. Si m∠EGA = α, entonces m∠FGC = α (por opuestos por el vértice), también se cumple: m∠EAG = 90°–α y también: m∠GCF = 90°–α. Sea "x" la medida de cada uno de los lados del cuadrado ABCD.

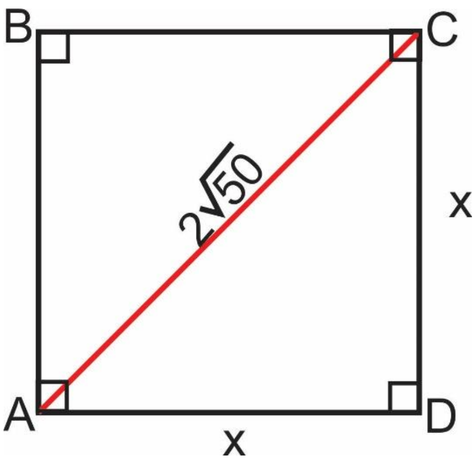


El ΔAEG ≅ ΔGFC (ALA). En consecuencia, EG = GF, es decir, G es punto medio de EF, por tanto: EG = 1 y GF = 1.

Utilizando el teorema de Pitágoras en el ΔAEG:

$$AG^2 = 7^2 + 1^2$$
$$AG^2 = 49 + 1$$
$$AG = \sqrt{50}$$

Por tanto: $AC = \sqrt{50} + \sqrt{50} = 2\sqrt{50}$, como se muestra en la siguiente figura:

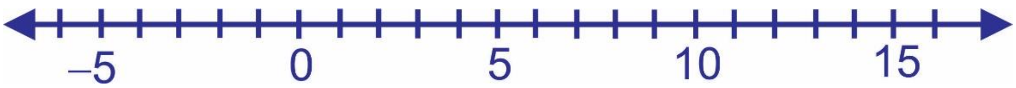


Utilizando el teorema de Pitágoras en el ∆ACD:

$$(2\sqrt{50})^2 = x^2 + x^2$$
$$4 \times 50 = 2x^2$$
$$\sqrt{100} = x$$
$$10 = x$$

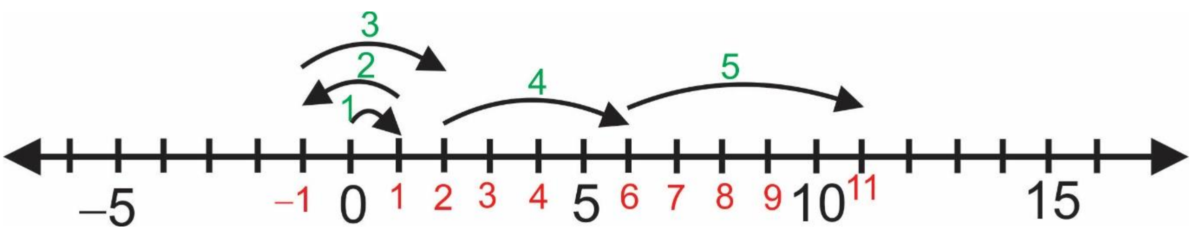
RESPUESTA: La longitud del lado del cuadrado es 10 cm. **CLAVE B.**

17) Una rana se encuentra en el punto 0 de la recta numérica, y planea dar saltos de la siguiente manera: En su primer salto, quiere saltar una unidad en cualquier dirección (izquierda o derecha), en su segundo salto quiere saltar dos unidades en cualquier dirección, en su tercer salto quiere saltar tres unidades en cualquier dirección, y así sucesivamente. ¿Cuántos saltos, como mínimo, debe realizar la rana para llegar al punto 11?



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

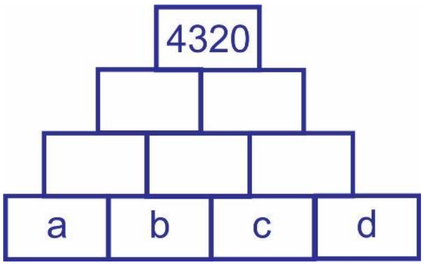
SOLUCION:
Punto de partida: 0
Graficando los saltos de manera adecuada:



Punto de llegada: 11

RESPUESTA: La rana dio 5 saltos como mínimo para llegar al punto 11. **CLAVE C.**

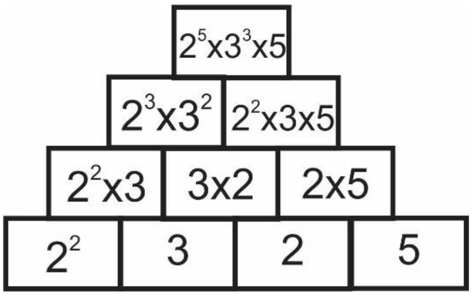
18) En cada casilla del siguiente tablero se va a escribir un número entero positivo (algunas casillas ya tienen escrito un número) de tal forma que cada número que no está en la fila inferior sea igual al producto de los dos números que están debajo de él. Si los 10 números que se van a usar son distintos entre sí, determine el mayor valor posible de b + 2d.



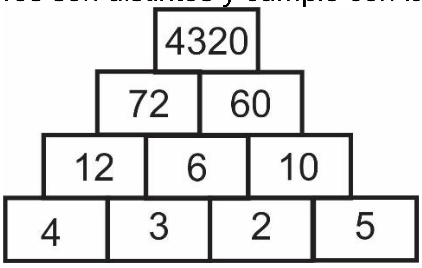
A) 11 B) 13 C) 15 D) 12 E) 10

SOLUCION:

Descomponiendo en sus factores primos el número 4320.
$4320 = 2^5 x 3^3 x 5$
Si los 10 números son distintos, entonces a, b, c y d ninguno tomaría el valor de uno (1). Por ello ordenamos de la siguiente manera:



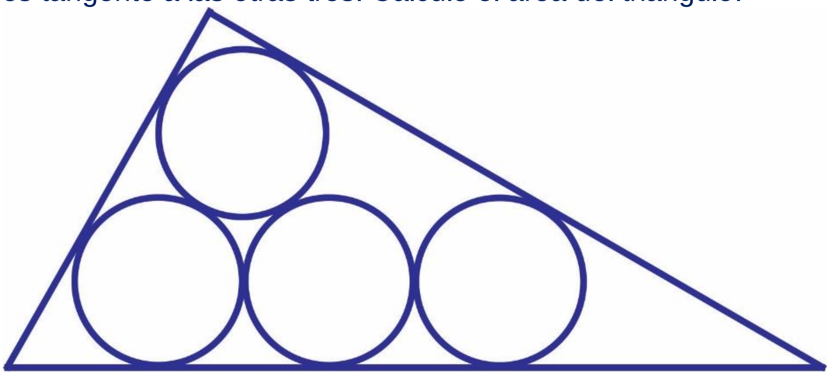
Comprobando que los 10 números son distintos y cumple con las condiciones del problema:



Finalmente, b = 3 y d = 5 (son los mayores)
Hallando lo que nos piden: b + 2d = 3 + 2(5) = 3 + 10 = 13.

RESPUESTA: El mayor valor posible de “b + 2d” es 13. **CLAVE B**.

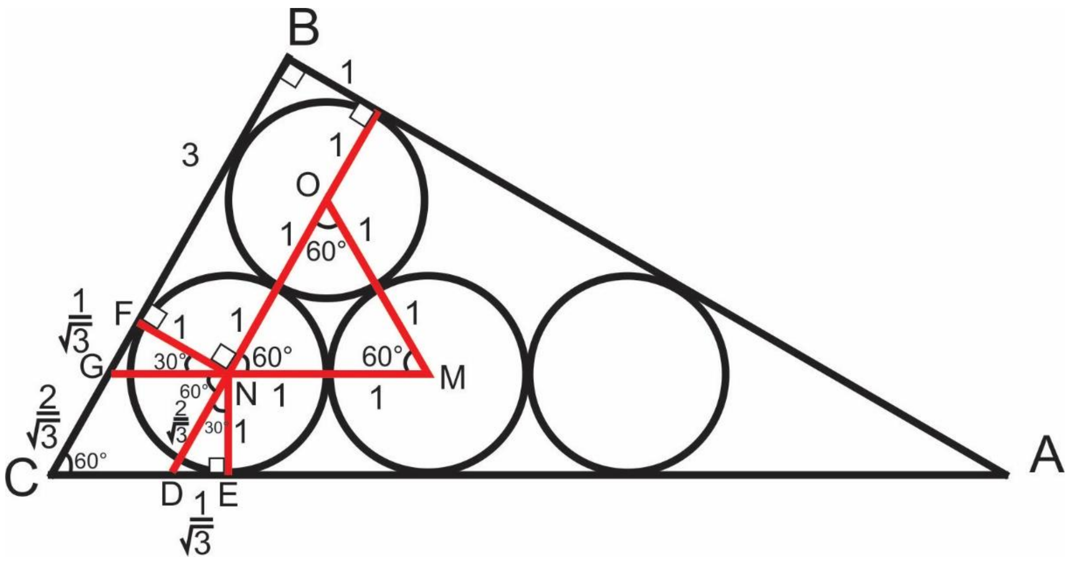
19) Cada una de las cuatro circunferencias mostradas tiene radio 1 cm y es tangente a uno o dos lados del triángulo. Además, tres circunferencias son tangentes entre sí y una de las circunferencias es tangente a las otras tres. Calcule el área del triángulo.



A) $12\sqrt{3}$ cm^2 B) $9+6\sqrt{3}$ cm^2 C) 18 cm^2 D) $15+3\sqrt{3}$ cm^2 E) $12+9\sqrt{3}$ cm^2

SOLUCION:

Asignado los vértices del triángulo ABC, ubicamos los centros de las circunferencias: M, N y O, luego trazamos los radios convenientemente. El ΔMON es equilátero porque cada lado mide 2 cm, entonces m∠MNO = 60° tal como se muestra a continuación:



Por propiedad, los radios de las circunferencias son perpendiculares a su recta tangente. Como las circunferencias son tangentes a los lados del triángulo y tangentes entre sí, se cumple que: NO // FB, entonces m∠FNO = 90° y en consecuencia m∠ABC = 90°. Se cumple: FB = 3 cm. Vamos a trazar la prolongación del segmento MN que se interseca con BC en el punto G y luego trazaremos también la prolongación del segmento NO que se interseca con CA en el punto D. Por lo que se cumple: m∠FNG = 30° y m∠DNE = 30°.

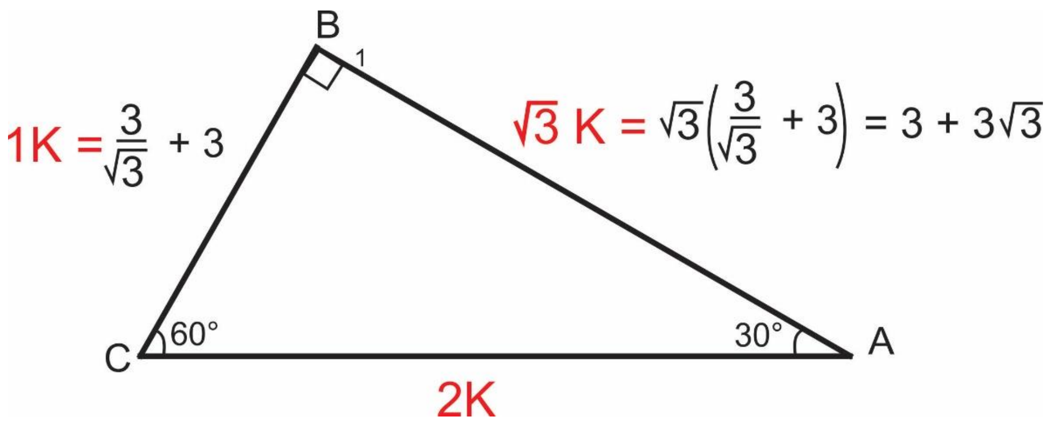
El triángulo notable FNG (30° y 60°), si: FN = 1, entonces: $FG=\frac{1}{\sqrt{3}}$ y $GN=\frac{2}{\sqrt{3}}$.

El triángulo notable DNE (30° y 60°), si: NE = 1, entonces: $DE=\frac{1}{\sqrt{3}}$ y $DN=\frac{2}{\sqrt{3}}$.

Como CG // DN, entonces CG = DN y también GN // CD, entonces GN = CD. Por tanto, el cuadrilátero CGND es un rombo, porque todos sus lados son iguales. Entonces, m∠GND = 60° y m∠GND = 60°.

$$CF=\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{3}{\sqrt{3}}$$

Vamos a graficar el ΔABC, conociendo sus ángulos interiores y los lados proporcionales de los ángulos notables de 30° y 60° (1k, $\sqrt{3}k$,2k).



Hallando el área del triángulo ABC:

$$A\Delta = \frac{Base \times Altura}{2}$$

$$A\Delta = \frac{\left(\frac{3}{\sqrt{3}} + 3\right)(3 + 3\sqrt{3})}{2}$$

$$A\Delta = \frac{\frac{9}{\sqrt{3}} + 9 + 9 + 9\sqrt{3}}{2}$$

$$A\Delta = \frac{\frac{9\sqrt{3}}{3} + 18 + 9\sqrt{3}}{2}$$

$$A\Delta = \frac{3\sqrt{3} + 18 + 9\sqrt{3}}{2}$$

$$A\Delta = \frac{18 + 12\sqrt{3}}{2}$$

$$A\Delta = 9 + 6\sqrt{3}$$

RESPUESTA: El área del triángulo es $9 + 6\sqrt{3}$ cm^2. **CLAVE B.**

20) Determinar de cuántas formas se pueden ordenar los números 1; 2; 3; 5; 6; 7; 8; 9; 10 en las casillas de la siguiente fila, de tal forma que la suma de cualesquiera dos números adyacentes sea mayor o igual que 11.

			4						

A) 12 B) 6 C) 3 D) 2 E) 1

SOLUCION:

Ubicando los números de manera que la suma de dos números adyacentes cualesquiera sean mayor o igual que 11.

PRIMER CASO:

5	6	7	4	8	3	9	2	10	1

SEGUNDO CASO:

6	5	7	4	8	3	9	2	10	1

RESPUESTA: Dichos números se pueden ubicar de dos formas. **CLAVE D.**

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN