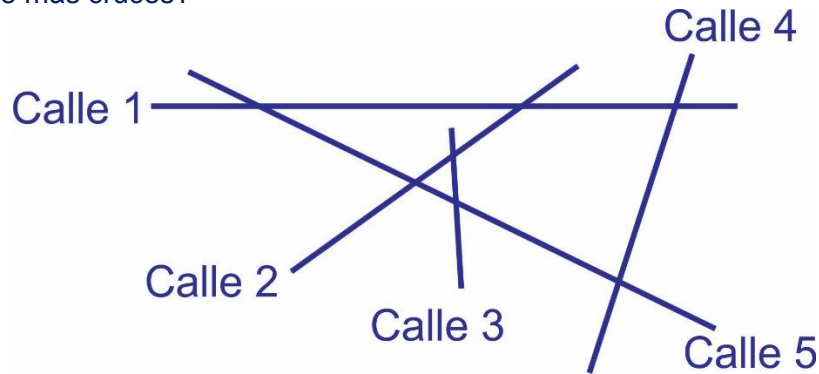


XIV Olimpiada Nacional Escolar de Matemática (ONEM 2017)
Primera Fase - Nivel 1 – Solucionario.

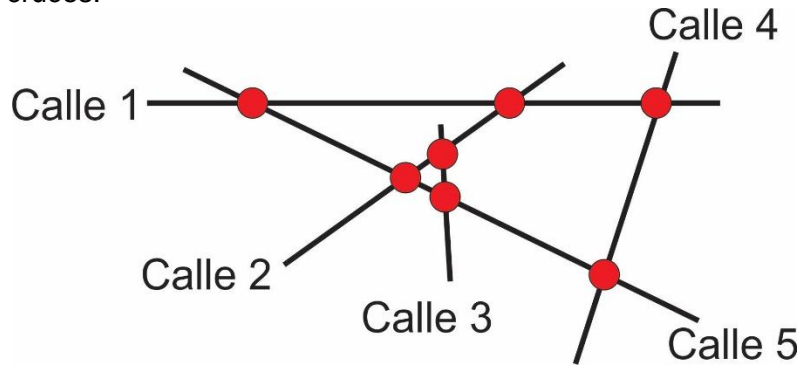
1) Cinco calles de un pequeño pueblo se cruzan como se ilustra en la siguiente figura. ¿Cuál es la calle que tiene más cruces?



- A) Calle 1 B) Calle 2 C) Calle 3 D) Calle 4 E) Calle 5

SOLUCION:

Identificando los cruces:



- Calle 1: 3 cruces.
- Calle 2: 3 cruces.
- Calle 3: 2 cruces.
- Calle 4: 4 cruces.
- Calle 5: 1 cruce.

RESPUESTA: La calle que tiene más cruces es la Calle 5.

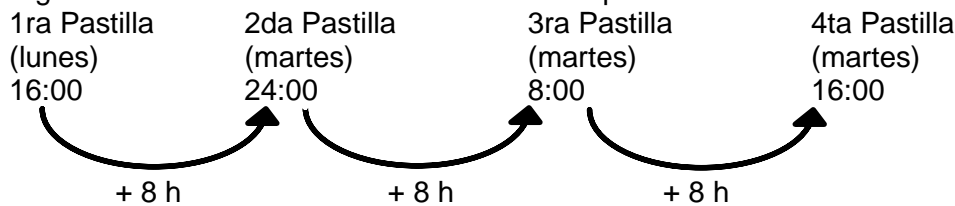
CLAVE E.

2) Martín tiene que tomar una pastilla cada 8 horas. Si la primera la tomó a las 16:00 del día lunes, ¿A qué hora del día martes tomará la cuarta pastilla?

- A) 8:00 B) 12:00 C) 16:00 D) 18:00 E) 22:00

SOLUCION:

Siguiendo la secuencia hasta tomar la cuarta pastilla:



RESPUESTA: Martín tomará la cuarta pastilla a las 16:00 del día martes.

CLAVE C.

- 3) José es un agricultor que cosechó 6000 papas. La mitad de las papas las va a poner en sacos pequeños y la otra mitad en sacos grandes. Indique la alternativa falsa, si se sabe que la capacidad de un saco pequeño es 50 papas y la de un saco grande es 75 papas:
- A) José necesita 60 sacos pequeños.
 - B) José necesita más sacos pequeños que grandes.
 - C) José necesita 110 sacos en total.
 - D) José necesita menos de 50 sacos grandes.
 - E) José necesita menos de 70 sacos pequeños.

SOLUCION:

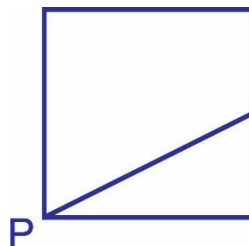
Total de papas que cosechó José: 6000
 Mitad de papas que cosechó: $6000/2 = 3000$
 Número de sacos pequeños: $3000/50 = 60$
 Número de sacos grandes: $3000/75 = 40$
 Analizando cada alternativa:

- A) **VERDADERO**, porque José necesita 60 sacos pequeños.
- B) **VERDADERO**, porque José necesita más sacos pequeños que grandes ($60 > 40$).
- C) **FALSO**, porque José necesita $60 + 40 = 100$ sacos en total y no 110 sacos.
- D) **VERDADERO**, porque José necesita menos de 50 sacos grandes ($40 < 50$).
- E) **VERDADERO**, porque José necesita menos de 70 sacos pequeños ($60 < 70$).

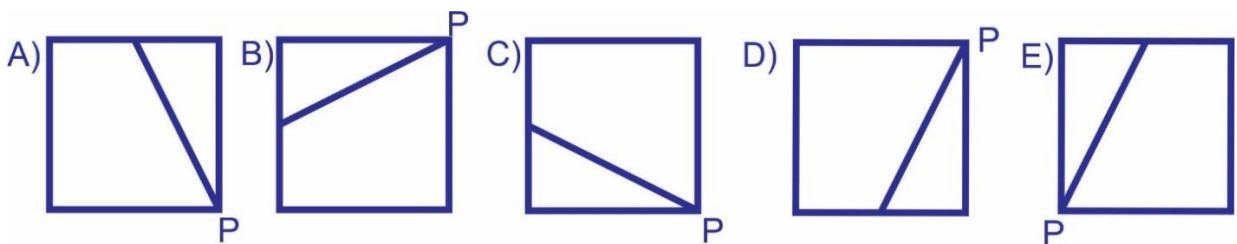
RESPUESTA: La alternativa falsa es la C.

CLAVE C.

- 4) Considere la siguiente figura:

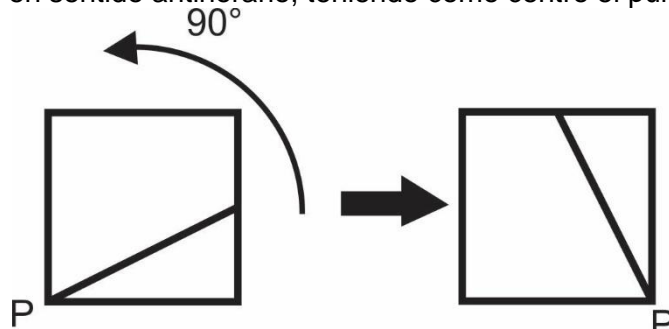


¿Cómo se verá esa figura después de rotarla 90° en sentido antihorario, con centro en P?



SOLUCION:

Rotando 90° la figura en sentido antihorario, teniendo como centro el punto P:



RESPUESTA: La figura después de rotar 90° en sentido antihorario se obtiene la figura de la alternativa A.

CLAVE A.

5) La edad promedio de Raúl y José es 13 años. Si se une al grupo Emerson, que tiene 19 años, entonces la edad promedio de las tres personas es:

- A) 16 B) 17 C) 14 D) 15 E) 18

SOLUCION:

Sea R: Edad de Raúl. J: Edad de José. E: Edad de Emerson.
La edad promedio de Raúl y José es 13 años:

$$\frac{R + J}{2} = 13$$

$$R + J = 2(13)$$

$$R + J = 26$$

Si se une al grupo Emerson, que tiene 19 años:

$$\frac{R + J + E}{3} = \frac{26 + 19}{3} = \frac{45}{3} = 15$$

RESPUESTA: El promedio de las edades de las tres personas es 15 años.

CLAVE D.

6) Rosa y Antonio están leyendo el libro El Principito. En cierto momento se dio la siguiente conversación:

Rosa dijo: “Me falta leer el 40% del libro”.

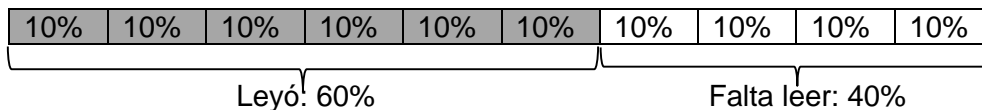
Antonio respondió: “Entonces yo he leído la mitad de lo que tú has leído”.

¿Qué porcentaje del libro le falta leer a Antonio?

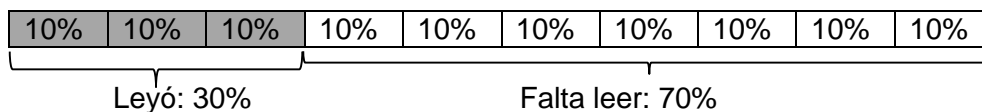
- A) 70% B) 20% C) 60% D) 40% E) 80%

SOLUCION:

Rosa dijo: “Me falta leer el 40% del libro”. Graficando se tiene:



Antonio respondió: “Entonces yo he leído la mitad de lo que tú has leído”. Graficando se tiene:



RESPUESTA: A Antonio le falta leer el 70% del libro.

CLAVE A.

7) Halle la suma de todos los números en el siguiente arreglo:

1	2	3	4
2	4	6	8
3	6	9	12
4	8	12	16

Expresé el resultado mediante una multiplicación.

- A) 10x10 B) 15x15 C) 16x12 D) 15x21 E) 10x24

SOLUCION:

Sumando la primera columna: $S = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$

Expresando la distribución de los números en función de la primera columna (S).

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 2(1) \quad 3(1) \quad 4(1) \\
 2 \quad 2(2) \quad 3(2) \quad 4(2) \\
 3 \quad 2(3) \quad 3(3) \quad 4(3) \\
 4 \quad 2(4) \quad 3(4) \quad 4(4) \\
 \hline
 \end{array}$$

Vamos a sumar todas las columnas

$$S + 2S + 3S + 4S = 10S = 10 \times 10$$

RESPUESTA: La suma de todos los números en el arreglo es 10x10.

CLAVE A.

- 8) Una distribuidora de bebidas tiene 5 almacenes y el registro de la cantidad de botellas del juego naranjísimo en cada almacén es el siguiente:

Almacén	N° de botellas de Naranjísimo
España	236
Carión	544
Grau	129
Balta	346
México	586

A un chofer de la distribuidora le encargaron recoger todas las botellas Naranjísimo, pero no pudo ir a uno de los almacenes. Si el chofer recogió 1712 botellas, ¿Cuál fue el almacén que no fue visitado por el chofer?

- A) España B) Carión C) Grau D) Balta E) México

SOLUCION:

Hallando el total de botellas = $236 + 544 + 129 + 346 + 586 = 1841$

Para saber a qué almacén el chofer no visitó hay que restar el total de botellas de los que ya recogió (1712 botellas).

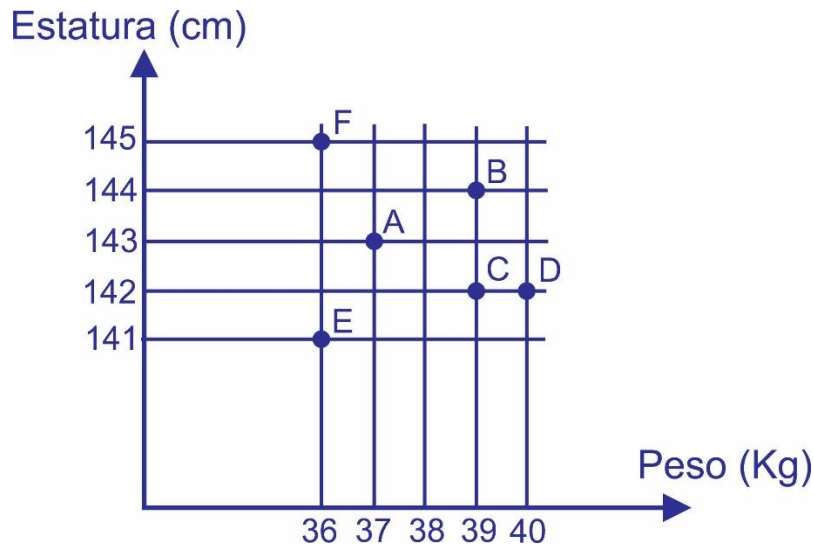
N° de botellas que no recogió = $1841 - 1712 = 129$.

El resultado obtenido corresponde al almacén Grau.

RESPUESTA: El chofer no ha visitado al almacén Grau.

CLAVE C.

- 9) Alex, Boris, César, Darío, Enrique y Franco son seis niños que han representado a su peso y estatura en el siguiente gráfico. El eje horizontal representa el peso (en kg) y el vertical representa la estatura (en cm). Por ejemplo, Alex (representado por el punto A) pesa 37 kg y mide 143 cm.



Considerando los otros cinco niños, ¿Cuántos pesan más que Alex, pero son más bajos que él?

- A) Ninguno B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

SOLUCION:

En el gráfico se puede observar que los que pesan más que Alex son: Boris, César y Darío. Los que son más bajos que Alex son: Enrique, César y Darío. Por tanto, las únicas personas que satisfacen ambas condiciones son: César y Darío.

RESPUESTA: Los que pesan más que Alex, pero son más bajos que él son únicamente dos personas: César y Darío. **CLAVE C.**

- 10) Coloca los números 1; 2; 3; 4 en las casillas de la siguiente expresión (uno por casilla) de tal modo que el resultado sea un número par.

$$\square + \square \times \square + \square$$

¿Cuál es ese resultado?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

SOLUCION:

Los números pares tienen que estar ubicados al medio, porque al multiplicarse el resultado será un número par; mientras que los números impares tienen que ir a los extremos porque al sumarse todos ellos el resultado será un número par:

$$\boxed{1} + \boxed{2} \times \boxed{4} + \boxed{3}$$

$$1 + 8 + 3 = 12$$

RESPUESTA: El número par solicitado es 12. **CLAVE D.**

- 11) Manuel compró cinco docenas de cuadernos y cada cuaderno le costó 3 soles. Si Manuel desea vender todos los cuadernos que compró en paquetes de 10 cuadernos, ¿A cuánto debe vender cada paquete para tener una ganancia del 50% sobre el precio de costo?

- A) 35 soles B) 40 soles C) 50 soles D) 45 soles E) 52 soles

SOLUCION:

Manuel desea vender todos los cuadernos que compró en paquetes de 10 cuadernos. Entonces: $10(3) = 30$ soles, por tanto: $P_c = 30$ soles (por cada paquete).

Ganancia = 50% sobre el precio de costo. Entonces: $g = 50\%P_c$

Se sabe que:

$$\text{Precio de Venta (Pv)} = \text{Precio de compra (Pc)} + \text{ganancia (g)}$$

$$Pv = Pc + 50\%Pc$$

$$Pv = 150\%Pc$$

$$Pv = \frac{150}{100} Pc$$

$$Pv = \frac{3}{2} Pc$$

$$Pv = \frac{3}{2} (30)$$

$$Pv = 3 \times 15$$

$$Pv = 45$$

RESPUESTA: Debe vender a 45 soles cada paquete para ganar el 50% sobre el precio de costo. **CLAVE D.**

12) Determine una función lineal $f(x)$ que represente el precio de venta de un collar de oro con x incrustaciones de diamantes, teniendo en cuenta la siguiente tabla:

Número de diamantes	2	4	6	8
Precio de venta (S/.)	700	950	1200	1450

- A) $f(x) = 550 + 75x$
- B) $f(x) = 500 + 100x$
- C) $f(x) = 450 + 125x$
- D) $f(x) = 600 + 50x$
- E) $f(x) = 200 + 250x$

SOLUCION:

Asumiendo que la función lineal es de la forma: $f(x) = b + ax$.

Reemplazando los valores según la tabla:

$$f(2) = b + 2a = 700$$

$$f(4) = b + 4a = 950$$

Por tanto, tendremos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} b + 2a = 700 \\ b + 4a = 950 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -b - 2a = -700 & \text{Multiplicando por } (-1) \\ b + 4a = 950 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2a &= 250 && \text{Sumando ambas ecuaciones} \\ a &= 125 \end{aligned}$$

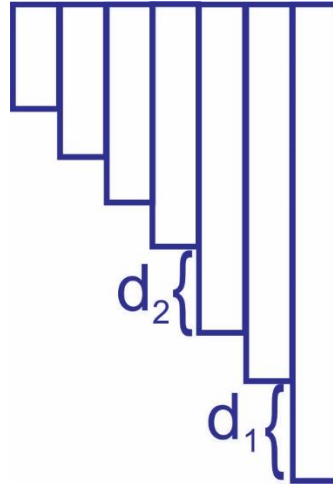
Reemplazando "a" en la primera ecuación:

$$\begin{aligned} b + 2a &= 700 \\ b + 2(125) &= 700 \\ b + 250 &= 700 \\ b &= 700 - 250 \\ b &= 450 \end{aligned}$$

Por tanto, la función lineal es: $f(x) = 450 + 125x$.

RESPUESTA: La función lineal $f(x) = 450 + 125x$ represente el precio de venta de un collar de oro con x incrustaciones de diamantes. **CLAVE C.**

13) Para elaborar una zampoña se realiza el siguiente proceso: Se escoge una longitud l y se cortan tubos de longitudes $\frac{l}{2}, \frac{l}{3}, \frac{l}{4}, \frac{l}{5}, \frac{l}{6}, \frac{l}{7}$ y $\frac{l}{8}$. Luego se ubica los tubos de la siguiente forma:

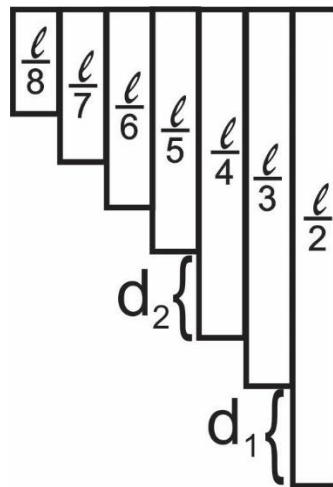


Determine la relación correcta entre las longitudes d_1 y d_2 .

- A) $d_1 = 2d_2$
- B) $2d_1 = 7d_2$
- C) $5d_1 = 9d_2$
- D) $2d_1 = 3d_2$
- E) $3d_1 = 10d_2$

SOLUCION:

El tubo que tiene mayor longitud será el que tiene menor denominador y así sucesivamente, es decir:



Hallando d_1 :

$$d_1 = \frac{l}{2} - \frac{l}{3} = \frac{3l - 2l}{6} = \frac{l}{6}$$

Hallando d_2 :

$$d_2 = \frac{l}{4} - \frac{l}{5} = \frac{5l - 4l}{20} = \frac{l}{20}$$

Hallando la relación entre d_1 y d_2 :

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\frac{l}{6}}{\frac{l}{20}} = \frac{20l}{6l} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{10}{3}$$

$$3d_1 = 10d_2$$

RESPUESTA: La relación entre d_1 y d_2 es: $3d_1 = 10d_2$.

CLAVE E.

14) El reglamento municipal de edificaciones de cierta ciudad ordena que un piso de cualquier edificación tenga como mínimo 2,3 metros de altura y que la edificación no tenga más de 20 metros de altura en total. ¿Cuántos pisos, como máximo, puede tener una edificación en dicha ciudad?

- A) 9 B) 10 C) 7 D) 8 E) 11

SOLUCION:

Altura de cualquier piso $\geq 2,3$ m.

Altura máxima de cualquier edificación ≤ 20 m.

Sea: n = Número máximo de pisos.

$$n = \frac{20}{2,3} = \frac{200}{23} = 8,6 \approx 8$$

No podemos redondear a 9 porque se pasaría de la altura máxima.

RESPUESTA: En dicha ciudad se puede construir 8 pisos como máximo.

CLAVE D.

15) En una ciudad, cada número telefónico es de la forma \overline{abcde} (es decir, tiene 5 dígitos) y para que sea considerado válido se debe cumplir que $3a + b + 3c + d + 3e$ es múltiplo de 10. Por ejemplo, 23289 es un número válido porque $3 \times 2 + 1 \times 3 + 3 \times 2 + 1 \times 8 + 3 \times 9 = 50$ es múltiplo de 10. Por otro lado 11111 no es un número válido porque $3 \times 1 + 1 \times 1 + 3 \times 1 + 1 \times 1 + 3 \times 1 = 11$ no es múltiplo de 10.

Esta forma de asignar los números telefónicos tiene varios beneficios, uno de ellos es que si conoces todos los dígitos a excepción de uno entonces se puede deducir cuál es el dígito que falta. Por ejemplo, María recuerda que el número telefónico de su amiga empieza con 1285 pero no se acuerda el último dígito, ¿Cuál es el último dígito?

- A) 1 B) 2 C) 5 D) 7 E) 9

SOLUCION:

De acuerdo a los datos del problema:

Todo número de cinco dígitos: \overline{abcde} se cumple

$$3a + b + 3c + d + 3e = \overset{\circ}{10}$$

Sea "x" el último dígito que María no se recuerda:

$$\overline{1285x}$$

$$3(1) + 2 + 3(8) + 5 + 3x = \overset{\circ}{10}$$

$$3 + 2 + 24 + 5 + 3x = \overset{\circ}{10}$$

$$34 + 3x = \overset{\circ}{10}$$

Los múltiplos de 10 están dados por:

$$\overset{\circ}{10} = \{0; 10; 20; 30; 40; \dots\}$$

Los números: 0; 10; 20 y 30 no cumplen. Entonces probemos con 40.

$$\begin{aligned} 34 + 3x &= 40 \\ 3x &= 40 - 34 \\ 3x &= 6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

RESPUESTA: El último dígito es 2.

CLAVE B.

16) En un prisma, el número de vértices es al número de caras como 3 es a 2. Luego, cada base de dicho prisma es un...

- A) Triángulo B) Cuadrilátero C) Pentágono D) Hexágono E) Heptágono

SOLUCION:

Asignando variables:
Número de vértices: v
Número de caras: c
Número de lados de la base: n

$$\frac{v}{c} = \frac{3k}{2k}$$

Por propiedad se tiene:

$$\begin{aligned} \text{N}^\circ \text{ de Lados de la base} &= \frac{\text{N}^\circ \text{ de vértices}}{2} \\ n &= \frac{3k}{2} \\ \frac{2n}{3} &= k \end{aligned}$$

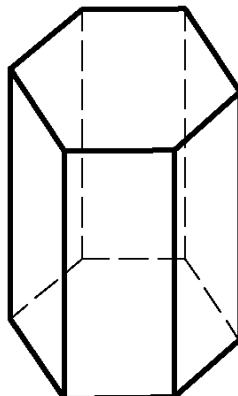
Asimismo, por propiedad se tiene:

$$\begin{aligned} \text{N}^\circ \text{ de caras} + \text{N}^\circ \text{ de vértices} &= \text{N}^\circ \text{ de aristas} + 2 \\ 2k + 3k &= 3n + 2 \\ 5k &= 3n + 2 \end{aligned}$$

Reemplazando "k" en esta última ecuación:

$$\begin{aligned} 5k &= 3n + 2 \\ 5\left(\frac{2n}{3}\right) &= 3n + 2 \\ \frac{10n}{3} - 3n &= 2 \\ \frac{10n - 9n}{3} &= 2 \\ n &= 3 \times 2 \\ n &= 6 \end{aligned}$$

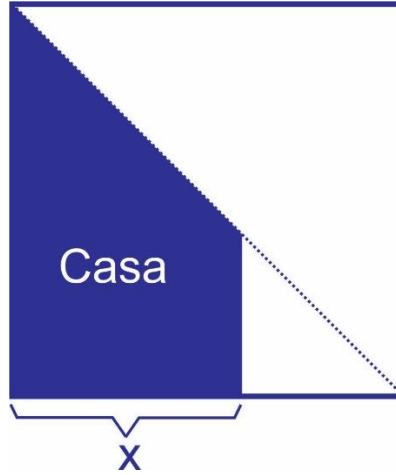
Por tanto, se trata de un prisma de base hexagonal:



RESPUESTA: Cada base del prisma es un hexágono.

CLAVE D.

- 17) En la figura se muestra un terreno en forma de cuadrado de 25 m de lado. Luego de dividir el terreno a lo largo de una diagonal, una de las partes se dividió una vez más de la siguiente forma:



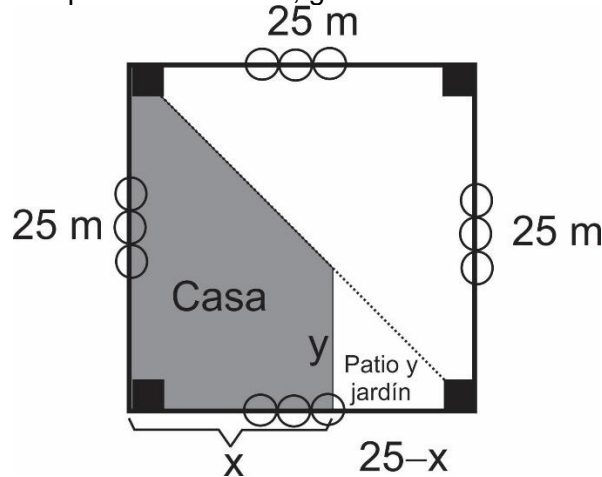
El área sombreada, cuyo borde es un trapecio, se va a destinar a construir la casa y el resto corresponderá a la cochera y el jardín. ¿Cuál debe ser el valor de x si queremos que el área de la casa sea el 42% del total?

- A) 10 m B) 12 m C) 13 m D) 15 m E) 20 m

SOLUCION:

Si el cuadrado tiene de lado 25 m. Por tanto, su área será: $25 \times 25 = 625 \text{ m}^2$.

Sea "y" la base menor del trapecio sombreado, graficando se tiene:



Área de la casa (Trapecio) es el 42% del total:

$$\begin{aligned}
 A(\text{Casa}) &= 42\% \text{ Total} \\
 A(\text{Casa}) &= \frac{42}{100} (625) \\
 \left(\frac{25+y}{2}\right)x &= \frac{42}{4} (5) \\
 (25+y)x &= 21(25) \\
 (25+y)x &= 525
 \end{aligned}$$

Utilizando el área de la mitad del cuadrado (Casa, patio y jardín):

$$\left(\frac{25+y}{2}\right)x + \frac{y(25-x)}{2} = \frac{625}{2}$$

$$\begin{aligned}(25 + y)x + y(25 - x) &= 625 \\ 25x + xy + 25y - xy &= 625 \\ 25x + 25y &= 625 \\ x + y &= 25 \\ y &= 25 - x\end{aligned}$$

Reemplazando “y” en la primera ecuación:

$$\begin{aligned}(25 + y)x &= 525 \\ (25 + 25 - x)x &= 525 \\ (50 - x)x &= 525 \\ 50x - x^2 &= 525 \\ x^2 - 50x + 525 &= 0 \\ (x - 35)(x - 15) &= 0 \\ x &= 35 \vee x = 15\end{aligned}$$

Por tanto, $x = 15$, x no podría ser 35, porque tiene más longitud que el lado del cuadrado ($35 > 25$).

RESPUESTA: El valor de $x = 15$ m.

CLAVE D.

18) Andrés, Bruno, Carlos, Daniel y Esteban cada uno va a escoger un número. Andrés escoge 1 o 2, Bruno escoge 2 o 3, Carlos escoge 3 o 4, Daniel escoge 4 o 5, y finalmente, Esteban escoge 5 o 6. Luego, tenemos la seguridad de que el producto de los cinco números escogidos es...

- A) Múltiplo de 2.
- B) Múltiplo de 3.
- C) Múltiplo de 5.
- D) Múltiplo de 4 o múltiplo de 9.
- E) Múltiplo de 3 o múltiplo de 8.

SOLUCION:

Vamos a resolver asumiendo que cada persona va a escoger un número diferente:

Planteando:

Andrés: 1 o 2.

Bruno: 2 o 3.

Carlos: 3 o 4.

Daniel: 4 o 5.

Esteban: 5 o 6.

Podrían escoger los siguientes números, respectivamente:

PRIMER CASO: $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = (2 \times 4) \times 3 \times 5 = 8 \times 3 \times 5$

- Múltiplo de 8
- Múltiplo de 3

SEGUNDO CASO: $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = (2 \times 4) \times 3 \times 5 \times 6 = 8 \times 3 \times 5 \times 6$

- Múltiplo de 8
- Múltiplo de 3

TERCER CASO: $1 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 4 \times 3 \times 5 \times (2 \times 3) = (4 \times 2) \times 3 \times 3 \times 5 = 8 \times 3 \times 3 \times 5$

- Múltiplo de 8
- Múltiplo de 3

En todos los casos es múltiplo de 3 o múltiplo de 8.

RESPUESTA: Es seguro que el producto de los cinco números escogidos es múltiplo de 3 o múltiplo de 8.

CLAVE C.

19) Un niño hizo una encuesta a 11 personas haciéndoles la siguiente pregunta: ¿Cuántos libros leíste el año pasado? Las respuestas que obtuvo fueron las siguientes:

1; 5; 5; 1; 2; 3; 5; 2; 3; 5; n.

Al calcular la mediana, media y moda de los 11 datos resultó que estos números son tres enteros positivos consecutivos (en algún orden). Determine la suma de n con la mediana de los 11 datos.

Nota: Recuerde que la mediana de una cantidad impar de números se determina de la siguiente forma: Se ordena los números de menor a mayor, y la mediana se define como el número que aparece en la posición central. Por ejemplo, la mediana de los números 2; 5; 2; 1; 4 es 2 porque al ordenar dichos números de menor a mayor obtenemos 1; 2; 2; 4; 5 y el 2 es el que está en la posición central.

- A) 15 B) 9 C) 11 D) 12 E) 17

SOLUCION:

Ordenando los números en forma creciente:

$\underbrace{1; 1; 2; 2; 3; 3; 5; 5; 5; 5; n}$

El dato que más se repite es el número 5, por tanto, $Mo = 5$, para cualquier valor de n.

El dato que se ubica al centro es el número 3, por tanto, $Me = 3$, para cualquier valor de n.

Como Mo , Me y X son números enteros positivos y consecutivos, entonces $X = 4$ (Media).

Hallando "n" con la media:

$$\bar{x} = \frac{2(1) + 2(2) + 2(3) + 4(5) + n}{11}$$

$$4 = \frac{2 + 4 + 6 + 20 + n}{11}$$

$$44 = 32 + n$$

$$44 - 32 = n$$

$$12 = n$$

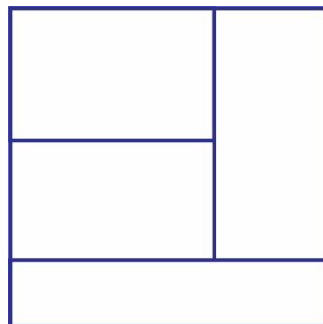
Finalmente nos piden hallar la suma de "n" con la mediana de los 11 datos.

$$n + Me = 12 + 3 = 15$$

RESPUESTA: La suma de "n" con la mediana de los 11 datos es 15.

CLAVE A.

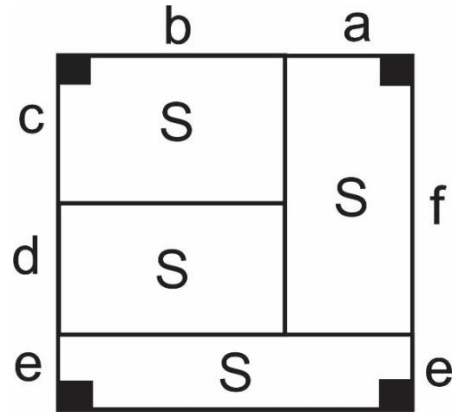
20) En la siguiente figura se muestra un cuadrado dividido en cuatro rectángulos de lados enteros. Si los cuatro rectángulos tienen área S, determine el menor valor posible de S.



- A) 36 B) 80 C) 144 D) 120 E) 90

SOLUCION:

Asignando variables:



Como tienen la misma área los dos rectángulos superiores de la izquierda, se cumple: $bxc = bxd$, entonces: $c = d$. También se cumple: $f = c + d$, $f = c + c$, $f = 2c$. De la última expresión se puede afirmar que "f" es múltiplo de 2.

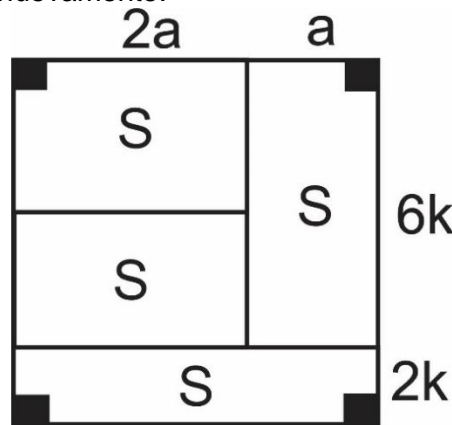
También se cumple: $cx b = ax f$ ya que tienen la misma área.

$$cxb = ax(2c) \text{ Reemplazando } f = 2c.$$

$$b = 2a$$

El área formada por los tres rectángulos superiores es el triple del inferior, es decir:

$(a + b)xf = 3(a + b)xe$. simplificando se tiene: $f = 3e$. De la última expresión se puede afirmar que "f" es múltiplo de 3, por tanto, será múltiplo de $2 \times 3 = 6$. Si: $f = 6k$, entonces $e = 2k$. Con estos datos vamos a graficar nuevamente:

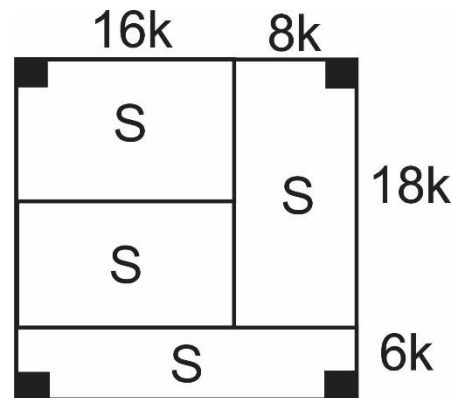


Pero como la figura es un cuadrado, entonces se cumple:

$$2a + a = 6k + 2k$$

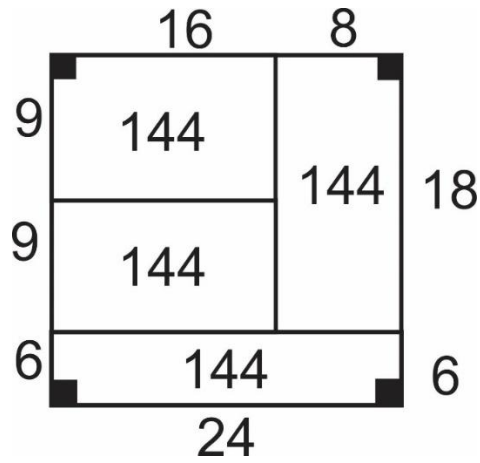
$$3a = 8k$$

De esta última expresión, se puede inferir que "a" es múltiplo de 8 y "k" es múltiplo de 3. Por tanto, se tendría:



El área "S", está dado por: $S = 8k \times 18k = 144k^2$.

Ahora para que “S” sea mínimo, entonces $k = 1$, por tanto: $S_{\text{MIN}} = 144(1)^2 = 144 \text{ u}^2$.
Entonces se cumple: $f = 18$, $a = 8$, $b = 16$, $c = 9$, $d = 9$, $e = 6$
Finalmente tendríamos:



RESPUESTA: El menor valor posible de S es 144 u^2 .

CLAVE C.

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN