

XIII Olimpiada Nacional Escolar de Matemática (ONEM 2016)
Primera Fase - Nivel 1 – Solucionario.

1) Por la compra de 6 panetones me regalan un chocolate. ¿Cuántas docenas de panetones debo comprar para que me regalen 10 chocolates?

- A) 6 B) 5 C) 10 D) 12 E) 15

SOLUCION:

Planteando:

6 panetones → 1 Chocolate

X panetones → 10 chocolates

Es una regla de tres simple directa

$6 \times 10 = 1 \cdot X \Rightarrow X = 60$ panetones

Para hallar el número de docenas hay que dividir entre doce:

Nº de docenas = $60/12 = 5$ docenas

RESPUESTA: Debo comprar 5 docenas de panetones para que me regalen 10 chocolates.

CLAVE B.

2) Para estudiar en un instituto de inglés, se tiene que pagar 130 soles por concepto de libros y una mensualidad de 70 soles. Ramiro quiere estudiar en el instituto durante “n” meses. Determine cuánto dinero gastará Ramiro en total, en función de “n”.

- A) $130n + 70$ B) $70 + 130(n - 1)$ C) $70n + 130$ D) $130 + 70(n - 1)$ E) $70n$

SOLUCION:

Planteando:

Pago por concepto de libros: S/. 130 (Pago único)

Pago de mensualidad: S/. 70 (Pago que depende de la cantidad de meses)

Tiempo de estudio: “n” meses.

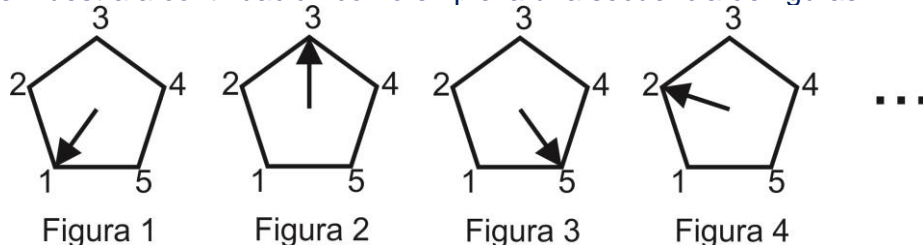
Por tanto el dinero invertido en función de “n” será:

Dinero que gastará: $F(n) = 70n + 130$

RESPUESTA: El dinero que gastará Ramiro es: $70n + 130$, que está en función de “n”.

CLAVE C.

3) Se muestra a continuación como empieza una secuencia de figuras:



Si el patrón se mantiene, ¿A qué número apunta la fecha en la Figura 9?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 1

SOLUCION:

Siguiendo la misma secuencia al número a donde apunta la fecha (La fecha avanza en sentido horario dejando a un número):

Figura 1: 1

Figura 2: 3

Figura 3: 5
 Figura 4: 2
 Figura 5: 4
 Figura 6: 1
 Figura 7: 3
 Figura 8: 5
 Figura 9: 2

RESPUESTA: En la figura 9 la fecha apunta al número 2.

CLAVE A.

- 4) Actualmente las edades de Mónica, Ana y Rosa son 7, 15 y 19, respectivamente. ¿Cuál será la edad de Ana cuando la edad de Rosa sea el doble de la edad de Mónica?

A) 5 B) 18 C) 12 D) 24 E) 20

SOLUCION:

Planteando:

Mónica = 7 años

Ana = 15 años

Rosa = 19 años

Luego de "X" años

Edad de Rosa = Doble de la edad de Mónica

$$19 + X = 2(7 + X)$$

$$19 + X = 14 + 2X$$

$$19 - 14 = 2X - X$$

$$5 = X$$

Luego la edad de Ana será: $15 + X = 15 + 5 = 20$ años

RESPUESTA: La edad de Ana será 20 años.

CLAVE E.

- 5) El primer día de trabajo un obrero hizo la cuarta parte de una obra, al día siguiente hizo la tercera parte de lo que le faltaba, ¿Qué porcentaje de la obra le falta hacer?

A) 45% B) 33% C) 66% D) 50% E) 25%

SOLUCION:

Planteando:

Primer día hizo = $\frac{1}{4}$ de la obra, esto implica que falta los $\frac{3}{4}$ de la obra.

$$\text{Segundo día hizo} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

Durante los días avanzó:

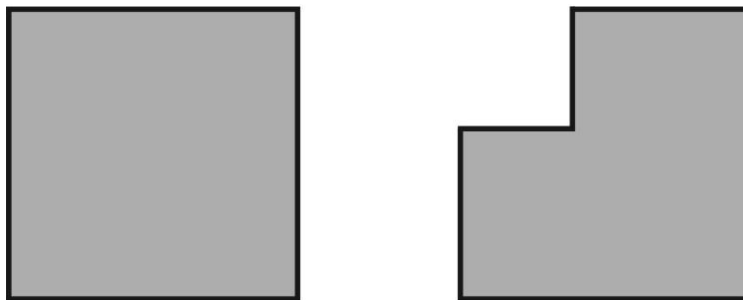
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Si avanzó $\frac{1}{2}$ de la obra implica que le falta la otra mitad ($\frac{1}{2}$). La mitad representa el 50%.

RESPUESTA: Le falta hacer el 50% de la obra.

CLAVE D.

- 6) Andrés tiene un cuadrado de papel. Mediante dos cortes, Andrés retiró un cuadrado de una de las esquinas del cuadrado quedando así una nueva figura:

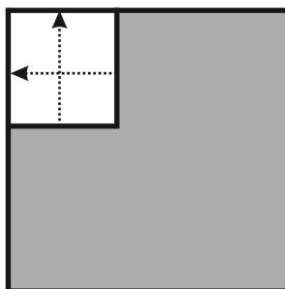


Entonces podemos afirmar que:

- A) La nueva figura tiene igual área que el cuadrado inicial.
- B) La nueva figura tiene menor perímetro que el cuadrado inicial.
- C) La nueva figura tiene mayor perímetro que el cuadrado inicial.
- D) La nueva figura tiene igual perímetro que el cuadrado inicial.
- E) La nueva figura tiene la mitad del área del cuadrado inicial.

SOLUCION:

Es evidente que las áreas van a variar, pero el perímetro se mantiene constante, por lo que la nueva figura tiene igual perímetro que el cuadrado inicial.



RESPUESTA: La nueva figura tiene igual perímetro que el cuadrado inicial.

CLAVE D.

- 7) En un avión hay 35 filas de pasajeros: Algunas filas tienen 6 asientos y las otras tienen 8 asientos. Si el avión tiene una capacidad de 270 pasajeros, ¿Cuántas filas tienen 6 asientos?

- A) 12 B) 10 C) 7 D) 13 E) 5

SOLUCION:

Planteando el sistema de ecuaciones de dos variables:

$$\begin{cases} X + Y = 35 \\ 6X + 8Y = 270 \end{cases}$$

Donde, X: Número de 6 asientos. Y: Número de 8 asientos

Resolviendo por el método de reducción:

$$\begin{cases} -8X - 8Y = 35(-8) & \text{Multiplicando por } (-8) \text{ a la primera ecuación.} \\ 6X + 8Y = 270 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -8X - 8Y = -280 \\ 6X + 8Y = 270 \end{cases}$$

Sumando ambos miembros:

$$\begin{array}{l} \begin{cases} -8X - 8Y = -280 \\ 6X + 8Y = 270 \end{cases} \\ \hline -8X + 6X = 270 - 280 \end{array}$$

$$\begin{aligned} -2X &= -10 \\ X &= 5 \end{aligned}$$

RESPUESTA: Cinco filas tienen 6 asientos.

CLAVE E.

8) ¿Cuál de los siguientes números se puede expresar como el producto de tres números primos diferentes?

- A) 12 B) 189 C) 231 D) 43 E) 1000

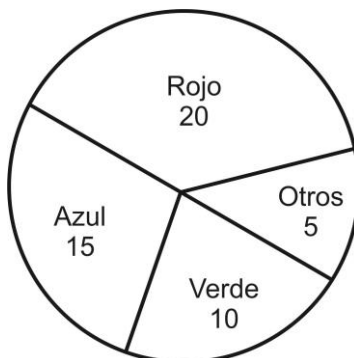
SOLUCION:

Expresando como el producto de sus factores primos cada alternativa:

- A) $12 = 2^2 \times 3$ ¡No cumple!, porque 2^2 es un número compuesto.
 B) $189 = 3 \times 7 \times 9$ ¡No cumple!, porque 9 es un número compuesto.
 C) $231 = 3 \times 7 \times 11$ ¡Sí cumple!, porque 3; 7 y 11 son números primos diferentes.
 D) $43 = 43 \times 1$ ¡No cumple!, porque 43 es un número primo.
 E) $1000 = 2^3 \times 5^3$ ¡No cumple!, porque 2^3 y 5^3 son números compuestos.

RESPUESTA: El número 231 se puede expresar como el producto de tres números primos diferentes. **CLAVE C.**

9) Se hizo una encuesta a un grupo de 50 alumnos acerca de su color favorito. Resultó que 20 alumnos dijeron que su color favorito es el rojo, 15 dijeron azul, 10 dijeron verde y los otros 5 dijeron otros colores. Con estos datos se elaboró un diagrama circular, como se muestra a continuación:



¿Cuál es el ángulo central del sector correspondiente a los que dijeron que su color favorito es el azul?

- A) 100° B) 108° C) 110° D) 120° E) 128°

SOLUCION:

Hallando el total de alumnos = $15 + 20 + 10 + 5 = 50$ alumnos.

Planteando a través de una regla de tres simple:

$$\begin{aligned} 50 \text{ alumnos} &\rightarrow 360^\circ \\ 15 \text{ alumnos} &\rightarrow X \\ 50X &= 15 \times 360^\circ \\ X &= 5400^\circ / 50 = 108^\circ \end{aligned}$$

RESPUESTA: El ángulo central del sector azul es 108° .

CLAVE B.

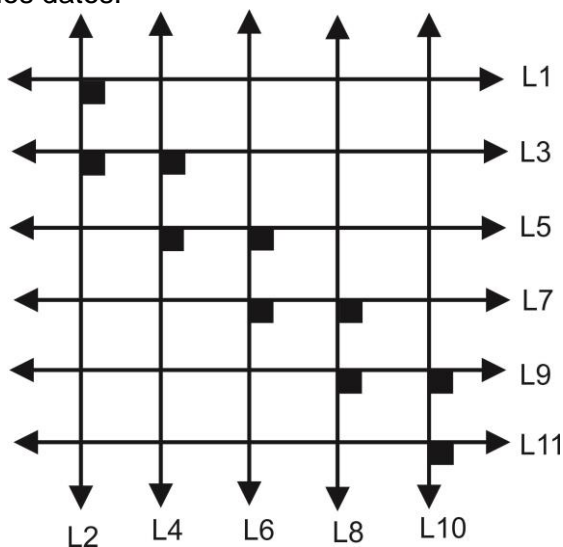
10) En el plano se han trazado 11 rectas: $L_1; L_2; L_3; \dots; L_{11}$. Se sabe que L_1 es perpendicular a L_2 ; L_2 es perpendicular a L_3 ; L_3 es perpendicular a L_4 ; L_4 es perpendicular a L_5 ; y así sucesivamente. Determine cuál de las siguientes proposiciones es falsa:

- A) L_1 y L_3 son paralelas.

- B) L_1 y L_{11} son paralelas.
- C) L_2 y L_9 son perpendiculares.
- D) L_2 y L_{10} son perpendiculares.
- E) L_3 y L_8 son perpendiculares.

SOLUCION:

Graficando de acuerdo a los datos:

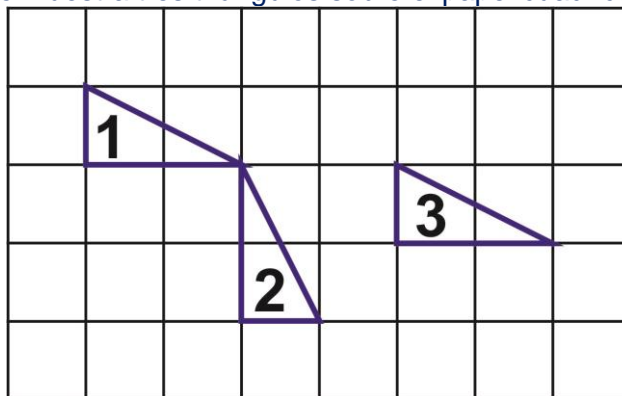


- A) Verdadero, porque L_1 y L_3 son paralelos.
- B) Verdadero, porque L_1 y L_{11} son paralelos.
- C) Verdadero, porque L_2 y L_9 son perpendiculares.
- D) Falso, porque L_2 y L_{10} son paralelos.
- E) Verdadero, porque L_3 y L_8 son perpendiculares.

RESPUESTA: La proposición “D” es falsa.

CLAVE D.

11) En la siguiente figura se muestra tres triángulos sobre el papel cuadriculado:



Determine cuál de las siguientes proposiciones es verdadera:

- A) El triángulo 1 es una rotación del triángulo 2.
- B) El triángulo 3 es una ampliación del triángulo 1.
- C) El triángulo 2 es una traslación del triángulo 3.
- D) El triángulo 3 es una traslación del triángulo 1.
- E) El triángulo 3 es una rotación del triángulo 2.

SOLUCION:

Analizando cada alternativa:

- A) Falso, porque haciendo rotar el triángulo 2 no se puede obtener el triángulo 1.

- B) Falso, porque los triángulos 3 y 1 son de igual tamaño.
 C) Falso, porque trasladando el triángulo 3 no se puede obtener el triángulo 2.
 D) Verdadero, porque el triángulo 3 es una traslación del triángulo 1 y el vector de desplazamiento es: $V(4; -1)$
 E) Falso, porque haciendo rotar el triángulo 2 no se puede obtener el triángulo 3.

RESPUESTA: La proposición verdadera es la alternativa D.

CLAVE D.

- 12) Una empresa de transportes tiene 30 combis, cada una con una capacidad de 26 pasajeros. Por disposición de la municipalidad, las combis ya no pueden circular y tienen que ser reemplazadas por buses. Cada bus tiene una capacidad de 60 pasajeros y tiene un costo de 40000 dólares. ¿Cuántos dólares tiene que invertir la empresa para reemplazar todas sus combis por buses, si la capacidad total de pasajeros se debe mantener?

A) 480000 B) 500000 C) 390000 D) 650000 E) 520000

SOLUCION:

Empresa de transportes tiene = 30 combis (26 pasajeros)

Total de pasajeros = $30 \times 26 = 780$

Cada bus cuesta = \$ 40000 (60 pasajeros)

$60X = 780$

$X = 780/60 = 13$ buses

Inversión en la compra de buses = $13(\$ 40000) = \$ 520000$

RESPUESTA: La empresa de transportes tendrá que invertir \$ 520 000 para reemplazar todas sus combis por buses.

CLAVE E.

- 13) En una escuela de música la edad promedio de todos los estudiantes es 15,5 años. La edad promedio de las mujeres es 14 años y la edad promedio de los hombres es 16 años. Podemos afirmar que:

- A) El número de hombres es igual al número de mujeres.
 B) El número de hombres es el doble del número de mujeres.
 C) El número de hombres es el triple del número de mujeres.
 D) El número de hombres es el cuádruple del número de mujeres.
 E) El número de hombres es la mitad del número de mujeres.

SOLUCION:

La edad promedio de las mujeres = 14, sea "x" la cantidad de mujeres.

$$\frac{m1 + m2 + m3 + \dots + mx}{x} = 14$$

$$m1 + m2 + m3 + \dots + mx = 14x$$

La edad promedio de los hombres = 16, sea "y" la cantidad de hombres.

$$\frac{h1 + h2 + h3 + \dots + hy}{y} = 16$$

$$m1 + m2 + m3 + \dots + my = 16y$$

La edad promedio de todos los estudiantes = 15,5

$$\frac{m1 + m2 + m3 + \dots + mx + h1 + h2 + h3 + \dots + hy}{x + y} = 15,5$$

$$14x + 16y = 15,5(x + y)$$

$$14x + 16y = 15,5x + 15,5y$$

$$16y - 15,5y = 15,5x - 14x$$

$$0,5y = 1,5x$$

$$5y = 15x$$

$$y = 3x$$

$$\text{Hombres} = 3(\text{Mujeres})$$

RESPUESTA: El número de hombres es el triple del número de mujeres. **CLAVE C.**

14) Sea A el menor entero positivo que es múltiplo de 6; 7 y 8. Sea B el menor entero positivo que es múltiplo de 9, 10 y 11. ¿Cuál es el menor entero positivo que no es un divisor de $A \times B$?

- A) 13 B) 4 C) 14 D) 17 E) 12

SOLUCION:

Para que sean los menores enteros positivos hay que multiplicar dichos divisores:

$$A = 6 \times 7 \times 8$$

$$B = 9 \times 10 \times 11$$

Hallemos los divisores de $A \times B$, para ello utilizaremos el MCM(A;B)

$6 \times 7 \times 8 - 9 \times 10 \times 11$	2	$\text{MCM}(A;B) = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 8 \times 11$
$3 \times 7 \times 8 - 9 \times 5 \times 11$	3	
$1 \times 7 \times 8 - 3 \times 5 \times 11$	3	
$1 \times 7 \times 8 - 1 \times 5 \times 11$	5	
$1 \times 7 \times 8 - 1 \times 1 \times 11$	7	
$1 \times 1 \times 8 - 1 \times 1 \times 11$	8	
$1 \times 1 \times 1 - 1 \times 1 \times 11$	11	
$1 \times 1 \times 1 - 1 \times 1 \times 1$		

Divisores de $A \times B$:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	No	Sí

RESPUESTA: El menor entero positivo que no es divisor de $A \times B$ es 13. **CLAVE A.**

15) Un país está dividido en 5 regiones. La superficie y población de cada región está indicada en el siguiente cuadro:

	Superficie	Población
Región 1	32000 km ²	230000 hab.
Región 2	35000 km ²	128000 hab.
Región 3	16000 km ²	200000 hab.
Región 4	5000 km ²	34000 hab.
Región 5	25000 km ²	48000 hab.

¿Qué región tiene mayor cantidad de habitantes por kilómetro cuadrado de superficie?

- A) Región 1 B) Región 2 C) Región 3 D) Región 4 E) Región 5

SOLUCION:

Hallando la cantidad de habitantes por kilómetro cuadrado de cada alternativa:

$$\text{Región 1} = \frac{230\,000 \text{ hab}}{32\,000 \text{ km}^2} = 7,2 \text{ hab/km}^2$$

$$\text{Región 2} = \frac{128\,000 \text{ hab}}{35\,000 \text{ km}^2} = 3,6 \text{ hab/km}^2$$

$$\text{Región 3} = \frac{200\,000 \text{ hab}}{16\,000 \text{ km}^2} = 12,5 \text{ hab/km}^2$$

$$\text{Región 4} = \frac{34\,000 \text{ hab}}{5\,000 \text{ km}^2} = 6,8 \text{ hab/km}^2$$

$$\text{Región 5} = \frac{48\,000 \text{ hab}}{25\,000 \text{ km}^2} = 1,9 \text{ hab/km}^2$$

Ordenando: Región 3 > Región 1 > Región 4 > Región 2 > Región 5

RESPUESTA: La Región 3 tiene mayor cantidad de habitantes por kilómetro cuadrado de superficie. **CLAVE C.**

- 16) Considere el número $N = 200\dots0$ que tiene 20 dígitos: el primer dígito es 2 y todos los otros dígitos son ceros. ¿Cuál es el mayor entero positivo m para el cual se cumple que 2^m es un divisor de N ?

A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

SOLUCION:

Planteando:

$$N = \underbrace{2000000\dots0000}_{19 \text{ ceros}}$$

Descomponiendo en sus factores primos:

$$N = 2 \times 10^{19} = 2 \times (2 \times 5)^{19} = 2 \times 2^{19} \times 5^{19} = 2^{20} \times 5^{19}$$

$$\text{Divisores de } N = \{1; 2; 2^2; 2^3; 2^4; \dots; 2^{20}; 5; 5^2; 5^3; 5^4; \dots; 5^{19}; \dots\}$$

Mayor divisor cuya base es dos: 2^{20} , por tanto: $m = 20$

RESPUESTA: El mayor entero positivo “ m ” es 20 para que se cumpla que 2^{20} es un divisor de N . **CLAVE D.**

- 17) Una moneda de 1 sol tiene 2 milímetros de espesor. ¿Aproximadamente cuántas monedas de un sol se deben colocar una sobre otra, formando una torre, para que la altura de la torre sea similar a la altura de un hombre adulto promedio?

A) 850 B) 100 C) 1300 D) 500 E) 600

SOLUCION:

Planteando:

$$\text{Altura de 1 moneda de S/. 1 o espesor es} = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{Sea "X" el número de monedas. La altura promedio de un hombre adulto} = 1,70 \text{ m}$$

$$2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot X = 1,70 \text{ m}$$

$$2 \cdot 10^{-3} \cdot X \cdot 1000 = 1,7 \times 1000$$

$$2X = 1700$$

$$X = 850$$

RESPUESTA: Se deben colocar 850 monedas de un sol una sobre otra, formando una torre, para que la altura de la torre sea similar a la altura de un hombre adulto promedio. **CLAVE A.**

- 18) Un bus interprovincial viaja a 20 metros por segundo y un automóvil viaja a 90 kilómetros por hora. ¿Cuál de las siguientes alternativas indica la relación entre las velocidades del bus interprovincial y el automóvil?

- A) De 4 a 7 B) de 2 a 9 C) de 4 a 5 D) de 2 a 3 E) de 5 a 6

SOLUCION:

Planteando:

Velocidad(Bus) = 20 m/s

Velocidad(Automóvil) = 90 km/h

Convirtiendo la velocidad del automóvil a m/s:

$$90 \text{ km/h} = \frac{90 \text{ km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 25 \text{ m/s}$$

$$\text{Relación} = \frac{V(\text{Bus})}{V(\text{Automóvil})} = \frac{20 \text{ m/s}}{25 \text{ m/s}} = \frac{4}{5}$$

RESPUESTA: La relación de las velocidades es de 4 a 5.

CLAVE C.

- 19) Cecilia escribió en la pizarra 5 números naturales consecutivos y Beatriz escribió 7 números naturales consecutivos, de tal forma que los 12 números son diferentes. La suma de los números de Cecilia es igual a S, y la suma de los números de Beatriz también es S. Determine el menor valor posible de S.

- A) 35 B) 126 C) 210 D) 70 E) 105

SOLUCION:

Planteando:

Cecilia escribió: $n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4) = S$

Beatriz escribió: $m+(m+1)+(m+2)+(m+3)+(m+4)+(m+5)+(m+6) = S$

La suma de los números de ambas son iguales:

$$n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4) = m+(m+1)+(m+2)+(m+3)+(m+4)+(m+5)+(m+6)$$

$$5n + 10 = 7m + 21$$

$$5n = 7m + 11$$

Tanteando: $m = 12$ y $n = 19$.

Por tanto los números escritos fueron:

Cecilia escribió: 19; 20; 21; 22 y 23.

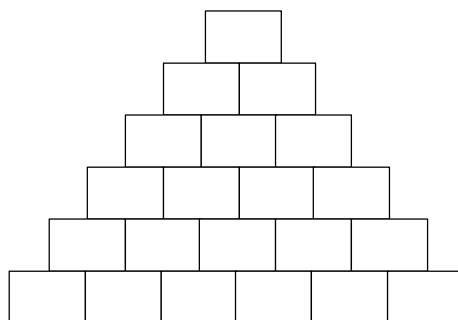
Beatriz escribió: 12; 13; 14; 15; 16; 17 y 18.

El menor valor posible de "S" = $19 + 20 + 21 + 22 + 23 = 105$

RESPUESTA: La relación de las velocidades es de 4 a 5.

CLAVE E.

- 20) En un almacén hay 21 cajas colocadas de la siguiente manera:



Cada caja es de color rojo, verde, azul o amarillo, y se sabe que dos cajas del mismo color no están juntas. ¿Cuántas cajas rojas puede haber como máximo?

A) 6

B) 7

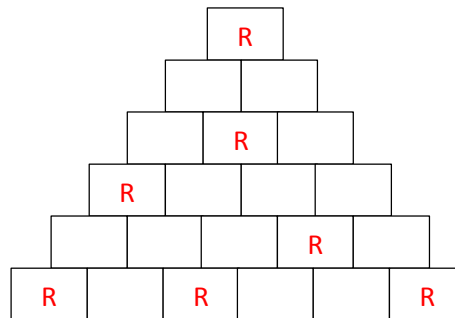
C) 8

D) 9

E) 10

SOLUCION:

Hay varias soluciones, pero la respuesta es la misma y una de las soluciones es la siguiente:



RESPUESTA: Puede haber como máximo 7 cajas de color rojo.

CLAVE B.

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN